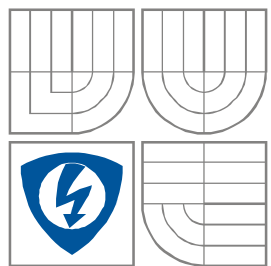


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH  
TECHNOLOGIÍ  
ÚSTAV RADIOELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND  
COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF RADIO ELECTRONICS

## Přizpůsobování impedancí na vedení v Matlabu

Impedance matching of a transmission line in Matlab

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE  
BACHELOR'S THESIS

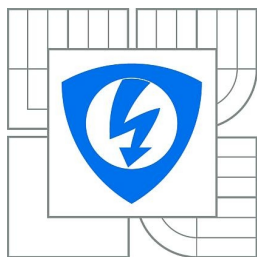
AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

Zdeněk Straka

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

Ing. Martin Štumpf

BRNO, 2010



**VYSOKÉ UČENÍ  
TECHNICKÉ V BRNĚ**

**Fakulta elektrotechniky  
a komunikačních technologií**

**Ústav radioelektroniky**

# **Bakalářská práce**

bakalářský studijní obor  
**Elektronika a sdělovací technika**

**Student:** Zdeněk Straka  
**Ročník:** 3

**ID:** 83219  
**Akademický rok:** 2009/2010

## **NÁZEV TÉMATU:**

**Přizpůsobování impedancí na vedení v Matlabu**

## **POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:**

Seznamte se s problematikou přizpůsobování impedancí vedení. Pro pochopení konstrukce Smithova diagramu prostudujte základní vlastnosti bilineárního zobrazení mezi činitelem odrazu a impedancí na vedení. V prostředí Matlab vytvořte program na přizpůsobení vedení pomocí čtvrtvlnných transformátorů, vložených vedení a pahýlů. Program bude názorně graficky zobrazovat transformace impedance a činitele odrazu podél vedení ve Smithově diagramu a rozložení napětí a proudu na vedení.

## **DOPORUČENÁ LITERATURA:**

[1] NOVÁČEK, Z. Elektromagnetické vlny, antény a vedení. Elektronické skriptum. Brno: FEKT VUT v Brně, 2008.

[2] ORFANIDIS S. J. Electromagnetic waves and antennas [online], 2008 - [cit. 12. května 2009].  
Dostupné na www: <http://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa/>.

**Termín zadání:** 8.2.2010

**Termín odevzdání:** 28.5.2010

**Vedoucí práce:** Ing. Martin Štumpf

**prof. Dr. Ing. Zbyněk Raida**  
*Předseda oborové rady*

## **UPOZORNĚNÍ:**

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

# LICENČNÍ SMLOUVA

## POSKYTOVANÁ K VÝKONU PRÁVA UŽÍT ŠKOLNÍ DÍLO

uzavřená mezi smluvními stranami:

### 1. Pan/paní

Jméno a příjmení: Zdeněk Straka  
Bytem: Postrělmůvek 94, Zábřeh, 78901  
Narozen/a (datum a místo): 31. Května v Šumperku

(dále jen „autor“)

a

### 2. Vysoké učení technické v Brně

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií  
se sídlem Údolní 53, Brno, 602 00  
jejímž jménem jedná na základě písemného pověření děkanem fakulty:  
prof. Dr. Ing. Zbyněk Raida, předseda rady oboru Elektronika a sdělovací  
technika  
(dále jen „nabyvatel“)

## Čl. 1

### Specifikace školního díla

1. Předmětem této smlouvy je vysokoškolská kvalifikační práce (VŠKP):

- ☐ disertační práce
  - ☐ diplomová práce
  - ☒ bakalářská práce
  - ☐ jiná práce, jejíž druh je specifikován jako .....
- (dále jen VŠKP nebo dílo)

Název VŠKP: Přizpůsobování impedancí na vedení v Matlabu

Vedoucí/ školitel VŠKP: Ing. Martin Štumpf

Ústav: Ústav radioelektroniky

Datum obhajoby VŠKP: \_\_\_\_\_

VŠKP odevzdal autor nabyvateli\*:

- ☒ v tištěné formě – počet exemplářů: 2
- ☒ v elektronické formě – počet exemplářů: 2

2. Autor prohlašuje, že vytvořil samostatnou vlastní tvůrčí činností dílo shora popsané a specifikované. Autor dále prohlašuje, že při zpracovávání díla se sám nedostal do rozporu s autorským zákonem a předpisy souvisejícími a že je dílo dílem původním.

3. Dílo je chráněno jako dílo dle autorského zákona v platném znění.

4. Autor potvrzuje, že listinná a elektronická verze díla je identická.

---

\* hodící se zaškrtněte

## Článek 2

### Udělení licenčního oprávnění

1. Autor touto smlouvou poskytuje nabyvateli oprávnění (licenci) k výkonu práva uvedené dílo nevýdělečně užít, archivovat a zpřístupnit ke studijním, výukovým a výzkumným účelům včetně pořizování výpisů, opisů a rozmnoženin.
2. Licence je poskytována celosvětově, pro celou dobu trvání autorských a majetkových práv k dílu.
3. Autor souhlasí se zveřejněním díla v databázi přístupné v mezinárodní síti
  - ☒ ihned po uzavření této smlouvy
  - ☐ 1 rok po uzavření této smlouvy
  - ☐ 3 roky po uzavření této smlouvy
  - ☐ 5 let po uzavření této smlouvy
  - ☐ 10 let po uzavření této smlouvy  
(z důvodu utajení v něm obsažených informací)
4. Nevýdělečné zveřejňování díla nabyvatelem v souladu s ustanovením § 47b zákona č. 111/ 1998 Sb., v platném znění, nevyžaduje licenci a nabyvatel je k němu povinen a oprávněn ze zákona.

## Článek 3

### Závěrečná ustanovení

1. Smlouva je sepsána ve třech vyhotoveních s platností originálu, přičemž po jednom vyhotovení obdrží autor a nabyvatel, další vyhotovení je vloženo do VŠKP.
2. Vztahy mezi smluvními stranami vzniklé a neupravené touto smlouvou se řídí autorským zákonem, občanským zákoníkem, vysokoškolským zákonem, zákonem o archivnictví, v platném znění a popř. dalšími právními předpisy.
3. Licenční smlouva byla uzavřena na základě svobodné a pravé vůle smluvních stran, s plným porozuměním jejímu textu i důsledkům, nikoliv v tísní a za nápadně nevýhodných podmínek.
4. Licenční smlouva nabývá platnosti a účinnosti dnem jejího podpisu oběma smluvními stranami.

V Brně dne: .....

.....  
Nabyvatel

.....  
Autor

# Abstrakt

Tato bakalářská práce se zabývá problematikou přizpůsobování impedancí na vedení a pochopení konstrukce Smithova diagramu. Jsou zde uvedeny základní poznatky o teorii vedení a zobrazeno chování napětí a proudu podél vedení v různých situacích. Je zde popsán postup konstrukce Smithova diagramu, který slouží pro transformaci impedance na konci vedení na jeho vstup. Na závěr jsou probrány výhody a nevýhody přizpůsobeného vedení a jeho řešení pomocí přizpůsobovacích obvodů a Smithova diagramu. V práci je představen program pomocí ukázkových příkladů. Program slouží pro názornou ukázkou přizpůsobení impedancí a rozložení napětí a proudu na vedení.

# Klíčová slova

Impedance, přizpůsobování impedancí, Smithův diagram, činitel odrazu, transformace, poměr stojatých vln, Matlab.

# Abstract

This bachelor's thesis is aimed at the impedance matching of transmission lines and at understanding of the Smith chart plotting. In the text are described the basic features of the transmission line theory, i.e. the behavior of voltage and current along the lines in different situations. The construction of the Smith chart is described in detail. The Smith chart serves for the transformation of impedance and reflection coefficient along the transmission line. In conclusion, advantages and disadvantages of the matched transmission line are discussed. The project presents a demonstration program using examples. The program is used for illustrative example of the matched impedance and the behavior of voltage and current along the lines in different situations.

# Keywords

Impedance, impedance matching, Smith chart, reflection coefficient, transform, standing wave ratio, Matlab.

STRAKA, Z. *Přizpůsobování impedancí na vedení v Matlabu*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií. Ústav radioelektroniky, 2010. 38 s. Bakalářská práce. Vedoucí práce: Ing. Martin Štumpf.

## PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma Přizpůsobování impedancí na vedení v Matlabu jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a/nebo majetkových a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne .....

.....

(podpis autora)

## PODĚKOVÁNÍ

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Ing. Martinu Štumpfovi za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

V Brně dne .....

.....

(podpis autora)

# Obsah

1. Úvod .....	8
2. Základní poznatky z teorie vedení .....	8
2.1 Klasická teorie vedení.....	8
2.2 Stojatá vlna na vedení .....	10
2.3 Přenos energie po vedení.....	14
2.4 Transformace impedance vedením.....	15
2.5 Smithův diagram.....	18
2.6 Generování diagramu v Matlabu.....	20
3. Přizpůsobování impedancí.....	22
3.1 Důsledky impedančního nepřizpůsobení .....	22
3.2 Přizpůsobovací obvody.....	23
4. Práce s programem v Matlabu .....	25
4.1. Základní ovládání.....	25
4.2. Přizpůsobování impedancí v Matlabu .....	26
4.2.1 Transformace impedance na vedení .....	26
4.2.2. Přizpůsobení vloženým vedením a čtvrtvlnným transformátorem.....	28
4.2.3. Přizpůsobení sériovým pahýlem .....	29
4.2.4. Přizpůsobení paralelním pahýlem.....	30
4.3. Rozložení napětí a proudu na vedení .....	31
4.3.1. Vedení nakrátko.....	32
4.3.2. Vedení naprázdno .....	33
4.3.3. Vedení zakončené reálnou zátěží.....	34
4.3.3. Vedení zakončené reaktancí .....	37
5. Závěr.....	39
Použitá literatura .....	40



# 1. Úvod

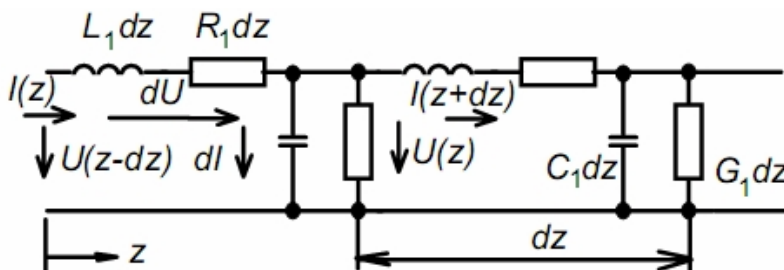
Úkolem této práce je seznámení se s problematikou přizpůsobování impedancí na vedení, pochopení konstrukce Smithova diagramu a vytvoření programu, který bude sloužit pro názornou ukázkou přizpůsobení impedancí na vedení ve Smithově diagramu a rozložení napětí a proudu na vedení.

Aby bylo možné vedení impedančně přizpůsobit, je nutné získat znalosti z klasické teorie vedení, kde jsou popsány parametry vedení a jejich vzájemné vztahy. Je zde popsáno rozložení napětí a proudu na vedení v různých situacích. V následující kapitole je popsán postup konstrukce Smithova diagramu, pomocí kterého je možné transformovat impedanci na konci vedení na jeho vstup, aniž by se muselo cokoli počítat. V práci je popsáno, co je impedanční přizpůsobení a jaké jsou důsledky pokud bude vedení nepřizpůsobené. V práci jsou uvedeny přizpůsobovací obvody, které se používají pro přizpůsobení impedance na vedení s praktickou ukázkou postupu přizpůsobení pomocí Smithova diagramu. Součástí práce je popis programu, vytvořeného v Matlabu, který bude sloužit pro názornou ukázkou přizpůsobení impedancí na vedení ve Smithově diagramu a rozložení napětí a proudu na vedení. Funkce programu je ukázána na několika příkladech.

## 2. Základní poznatky z teorie vedení

### 2.1 Klasická teorie vedení

Na obr. 2.1 je nakreslen náhradní obvod homogenního dvou vodičového vedení.



Obr. 2.1: Náhradní schéma dvou vodičového vedení ( převzato z [1] )

Každý vodič dvou vodičového vedení má svou indukčnost  $L$  a svůj odpor  $R$ . Dále mezi vodiči existuje vzájemná kapacita  $C$ . V případě nedokonalosti dielektrika obalující vodiče, může protékat příčně mezi vodiči vodivý proud, který se vyjadřuje příčnou vodivostí  $G$ .

S růstem délky vedení se zvyšuje jeho celkový odpor, indukčnost, kapacita a vodivost. Tuto závislost eliminujeme zavedením normování primárních parametrů vedení vzhledem k jednotkové délce, indukčnost na 1 metr délky  $L_1$  [ $\text{H.m}^{-1}$ ], odpor na 1 metr délky  $R_1$  [ $\Omega.\text{m}^{-1}$ ], kapacitu na 1 metr délky  $C_1$  [ $\text{F.m}^{-1}$ ] a vodivost na 1 metr délky  $G_1$  [ $\text{S.m}^{-1}$ ].

Úsek vedení délky  $dz$  má pak podélnou impedanci  $Z_1.dz$  a příčnou admitanci  $Y_1.dz$  určené vztahy

$$Z_1 = R_1 + j\omega L_1, \quad Y_1 = G_1 + j\omega C_1 \quad (2.1a,b)$$

$$-dU = IZ_1 dz, \quad -dI = UY_1 dz \quad (2.2a,b)$$

Podělením obou stran rovnic (2.2a,b) délkou  $dz$ , se dostane

$$dU/dz = -Z_1 I(z), \quad dI/dz = -Y_1 U(z) \quad (2.3a,b)$$

Derivováním obou stran rovnice (2.3a) dle  $z$  a dosazením  $dI/dz$  z rovnice (2.3b) do pravé strany se získá vztah

$$d^2U / dz^2 = UZ_1Y_1 \quad (2.4a)$$

Podobně derivováním (2.3b) podle  $z$  a dosazením  $dU/dz$  z (2.3a) se získá vztah

$$d^2I / dz^2 = IZ_1Y_1 \quad (2.4b)$$

Rovnice (2.4) se nazývají *telegrafní rovnice*.

Obecné řešení rovnice (2.3a) je

$$U(z) = Ae^{-\gamma z} + Be^{+\gamma z} \quad (2.5)$$

kde

$$\gamma = \sqrt{(R_1 + j\omega L_1)(G_1 + j\omega C_1)} \quad (2.6)$$

je *konstanta šíření vlny* na vedení

Dosazením (2.5) do vztahu (2.3b) a následnou integrací se získá vztah

$$I(z) = \frac{1}{Z_{ov}} (Ae^{-\gamma z} - Be^{+\gamma z}) \quad (2.7)$$

kde

$$Z_{ov} = \sqrt{\frac{R_1 + j\omega L_1}{G_1 + j\omega C_1}} \quad (2.8)$$

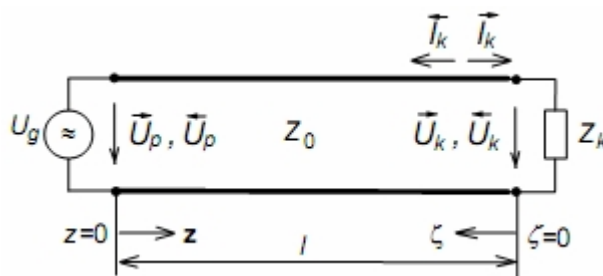
je tzv. *charakteristická impedance vedení*.

Na vedení se šíří dvě vlny:

a) *Přímá (postupná) vlna*  $\vec{U}, \vec{I}$ , která se šíří směrem od zdroje k zátěži a je určena členem  $e^{-\gamma z}$ , který představuje napětí vlny, šířící se ve směru osy  $z$ . Integrační konstanta  $A$  udává napětí přímé vlny na počátku vedení  $z = 0$ . Podíl  $A/Z_{ov}$  udává proud ve stejném místě.

b) *Zpětná (odražená) vlna*  $\vec{U}, \vec{I}$ , která se šíří směrem od zátěže ke zdroji a je určena členem  $e^{+\gamma z}$ , který představuje napětí vlny, šířící se proti směru osy  $z$ . Integrační konstanta  $B$  udává napětí zpětné vlny na počátku vedení  $z = 0$ . Podíl  $B/Z_{ov}$  udává proud ve stejném místě.

Šipky nad symboly napětí a proudu označují směr šíření vlny. Na obr.2.2 je zobrazené vedení zakončené impedancí  $Z_k$ .



Obr. 2.2 Vedení zakončené impedancí  $Z_k$  ( převzato z [1] )

Z technického hlediska je vhodnější vyjadřovat napětí a proud na vedení v závislosti na vzdálenosti od konce vedení. Napěťové a proudové poměry na vedení jsou totiž podstatně ovlivňovány zakončovací impedancí  $Z_k$ . Na konci vedení ( $z = l$ ) je výsledné

napětí

$$U_k = A.e^{-\gamma l} + B.e^{\gamma l} = \vec{U}_k + \vec{U}_k \quad (2.9)$$

proud

$$I_k = B.e^{-\gamma l} - A.e^{\gamma l} = \vec{I}_k - \vec{I}_k \quad (2.10)$$

Charakteristická impedance vedení  $Z_{ov}$  je dána, jako poměr napětí přímé vlny  $\vec{U}_k$  na konci vedení a proudu přímé vlny  $\vec{I}_k$ .

$$\frac{\vec{U}_k}{\vec{I}_k} = \frac{\vec{U}_k}{\vec{I}_k} = Z_{ov} \quad (2.11)$$

Poměr napětí  $U_k$  a proudu  $I_k$  je roven zatěžovací impedanci  $Z_k$ .

Poměr napětí (proudu) odražené vlny a napětí (proudu) přímé vlny ve vzdálenosti  $\zeta$  od konce vedení určuje *činitel odrazu*.

$$\rho(\zeta) = \frac{\vec{U}(\zeta)}{\vec{U}(\zeta)} = -\frac{\vec{I}(\zeta)}{\vec{I}(\zeta)} = \frac{Z(\zeta) - Z_{ov}}{Z(\zeta) + Z_{ov}} \quad (2.12)$$

Při znalosti činitele odrazu v určitém místě vedení, je možné určit impedanci v tomto místě pomocí vztahu (2.13)

$$Z(\zeta) = Z_{ov} \frac{1 + \rho(\zeta)}{1 - \rho(\zeta)} \quad (2.13)$$

Vyjádření napětí a proudu ve vzdálenosti  $\zeta$  od konce vedení.

$$U(\zeta) = \vec{U}(\zeta) + \vec{U}(\zeta) = \vec{U}_k \cdot e^{\gamma \zeta} + \vec{U}_k \cdot e^{-\gamma \zeta} \quad (2.14a)$$

$$I(\zeta) = \vec{I}(\zeta) - \vec{I}(\zeta) = \vec{I}_k \cdot e^{\gamma \zeta} - \vec{I}_k \cdot e^{-\gamma \zeta} \quad (2.14b)$$

Vyjádřením ve (2.12) jednotlivých napětí (proudů) pomocí napětí (proudů) na konci vedení (vztahy 2.14), se získá vztah

$$\rho(\zeta) = \rho_k \cdot e^{-2\gamma \zeta} \quad (2.15)$$

Pomocí vztahu (2.15) se transformuje činitel odrazu  $\rho_k$  na konci vedení do zadaného místa  $\zeta$  na vedení.

## 2.2 Stojatá vlna na vedení

V předchozích kapitolách bylo ukázáno, že se podél vedení mohou šířit pouze dvě vlny a to vlna přímá od zdroje k zátěži a vlna zpětná od zátěže ke zdroji. Na vedení proto vzniká vlna, která je dána superpozicí vlny přímé a odražené. Napětí této výsledné vlny v místě  $\zeta$  je dáno součtem napětí přímé a odražené vlny v tomto místě  $\zeta$ . Zatímco proud výsledné vlny je dán rozdílem proudů přímé a odražené vlny.

$$U(\zeta) = \vec{U}_k \cdot e^{\gamma \zeta} + \vec{U}_k \cdot e^{-\gamma \zeta} \quad (2.16a)$$

$$I(\zeta) = \vec{I}_k \cdot e^{\gamma \zeta} - \vec{I}_k \cdot e^{-\gamma \zeta} \quad (2.16b)$$

Položením  $\zeta = k$  (konec vedení) v (2.16) se získají vztahy

$$U_k = \vec{U}_k + \vec{U}_k \quad (2.17a)$$

$$I_k = \frac{\tilde{U}_k}{Z_{ov}} - \frac{\tilde{U}_k}{Z_{ov}} \quad (2.17b)$$

Pokud je známo napětí  $U_k$ , proud  $I_k$  a charakteristická impedance  $Z_{ov}$ , pak se napětí přímé a zpětné vlny na konci vedení vypočte pomocí vztahu (2.17) .

$$\tilde{U}_k = \frac{1}{2}U_k + \frac{1}{2}Z_{ov}I_k \quad (2.18a)$$

$$\tilde{U}_k = \frac{1}{2}U_k - \frac{1}{2}Z_{ov}I_k \quad (2.18b)$$

Dosazením (2.18) do (2.16a) se získá

$$U(\zeta) = U_k \cosh(\gamma\zeta) + Z_{ov}I_k \sinh(\gamma\zeta) \quad (19a)$$

Modifikací rovnice (2.17), aby na pravé straně byly proudy přímé a odražené vlny a jejich vyjádřením a následným dosazením do (2.16b) lze dospět ke vztahu

$$I(\zeta) = I_k \cosh(\gamma\zeta) + \frac{U_k}{Z_{ov}} \sinh(\gamma\zeta) \quad (2.19b)$$

Z celkového napětí a proudu na konci vedení (možno naměřit přímo na zátěži), lze pomocí vztahů (2.19a,b) vypočítat celkové napětí a proud kdekoli na vedení.

U bezztrátového vedení kdy,

$$\beta \rightarrow 0, \quad \gamma \cong j\alpha, \quad \sinh(\gamma\zeta) \cong j \cdot \sin(\alpha\zeta), \quad Z_{ov} \cong \sqrt{L_1/C_1}$$

se soustava (2.19) změní na

$$U(\zeta) = U_k \cos(\alpha\zeta) + j \cdot Z_{ov} I_k \sin(\alpha\zeta) \quad (2.20a)$$

$$I(\zeta) = I_k \cos(\alpha\zeta) + j \cdot \frac{U_k}{Z_{ov}} \sin(\alpha\zeta) \quad (2.20b)$$

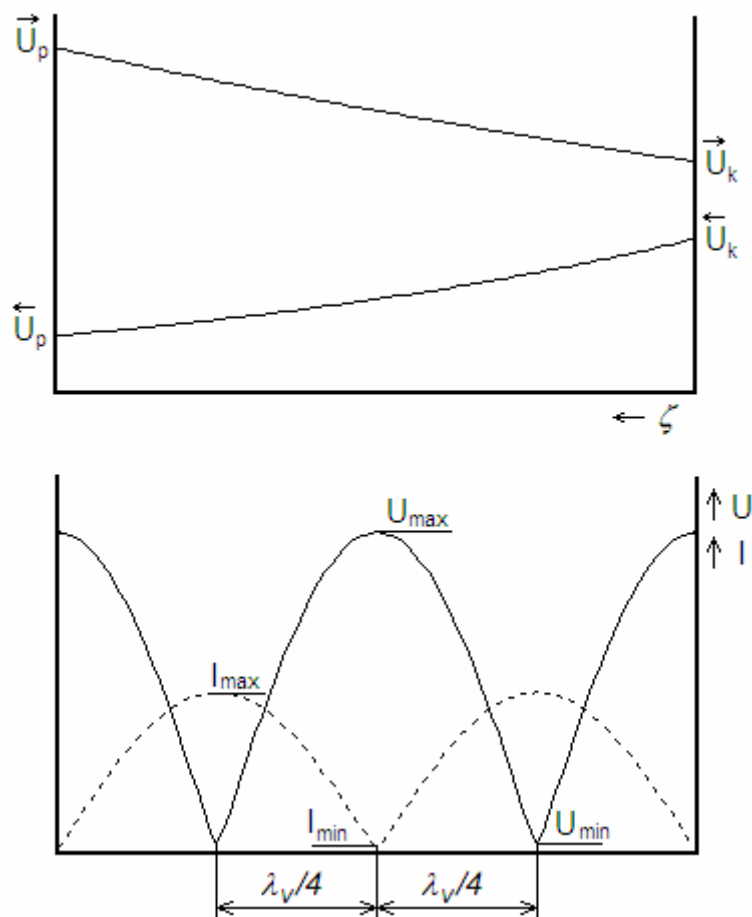
Pomocí vztahu (2.21) je možné určit činitel odrazu, kde  $Z(\zeta)$  je impedance vedení v místě  $\zeta$  a  $Z_{ov}$  je charakteristická impedance vedení.

$$\rho(\zeta) = \frac{Z(\zeta) - Z_{ov}}{Z(\zeta) + Z_{ov}} \quad (2.21)$$

Impedanci v místě  $\zeta$  se získá pomocí následujícího vztahu

$$Z(\zeta) = Z_{ov} \frac{1 + \rho(\zeta)}{1 - \rho(\zeta)} \quad (2.22)$$

Na obr. 2.3 je možno vidět rozložení napětí a proudu na vedení se ztrátami



Obr. 2.3: Rozložení modulu napětí a proudů podél vedení

Jak je z obrázku zřejmé, napětí přímé vlny  $\vec{U}$  vlivem ztrát na vedení exponenciálně klesá k zátěži, kde má velikost  $\vec{U}_k$ . Na zátěži se část energie přímé vlny odráží zpět a šíří se jako zpětná vlna směrem od zátěže ke zdroji. Opět vlivem ztrát na vedení klesá napětí zpětné vlny exponenciálně a na počátku vedení má velikost  $\vec{U}_p$ .

Na vedení vznikají vlivem sčítání přímé a odražené vlny maxima a minima napětí a proudu. V maximu (*kmitně*) se potkávají přímá a odražená vlna se stejnou fází a výsledné napětí je dáno součtem napětí přímé a odražené vlny a bude největší. Naopak v minimu (*uzlu*) se potkává přímá a odražená vlna v protifázi a výsledné napětí je dáno rozdílem přímé a odražené vlny a bude nulové.

$$U_{\max} = |\vec{U}| + |\vec{U}| = |\vec{U}| \cdot (1 + |\rho|) \quad (2.23)$$

$$U_{\min} = |\vec{U}| - |\vec{U}| = |\vec{U}| \cdot (1 - |\rho|) \quad (2.24)$$

Stojaté vlnění je posuzováno *poměrem stojatých vln*, který je definován jako poměr amplitudy napětí (proudu) v kmitně ku amplitudě napětí (proudu) v uzlu.

$$\sigma = \frac{U_{\max}}{U_{\min}} = \frac{1 + |\rho|}{1 - |\rho|} \quad (2.25)$$

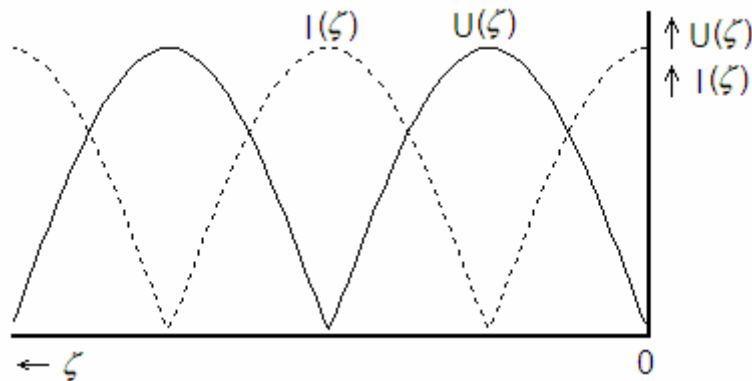
Pomocí poměru stojatých vln je možné vypočítat modul činitele odrazu

$$|\rho| = \frac{\sigma - 1}{\sigma + 1} \quad (2.26)$$

Rozložení napětí a proudu podél bezeztrátového vedení v různých situacích.

- a) vedení nakrátko – je vedení, které je zakončeno impedancí  $Z_k = 0$  a proto i napětí na zátěži  $U_k$  je rovno nule. Napětí a proud jsou v uzlech nulové a fáze napětí a proudu mezi sousedními uzly je opačná jak je vidět na obr. 2.4. Poměr napětí a proudu v kmitně je roven charakteristické impedanci vedení  $Z_{ov}$  a jejich fázový posuv je  $\pi/2$ . Poměr stojatých vln je  $\sigma \rightarrow \infty$  a činitel odrazu na zátěži  $\rho_k = -1$ . Rozložení napětí a proudu na vedení je určeno rovnicemi

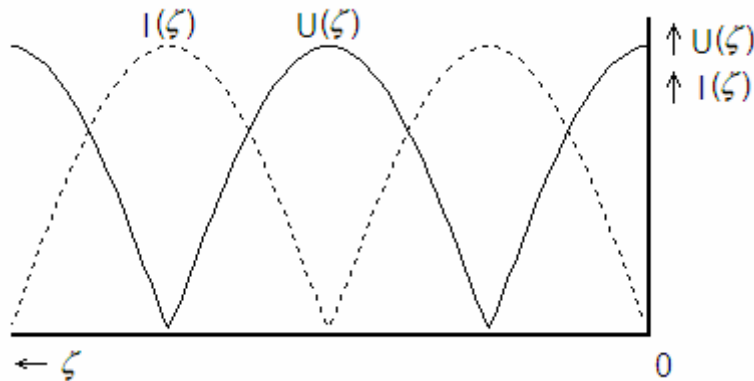
$$U(\zeta) = jZ_{ov}I_k \sin(\alpha\zeta) \quad , \quad I(\zeta) = I_k \cos(\alpha\zeta) \quad (2.27)$$



Obr. 2.4: Rozložení napětí a proudu na bezeztrátovém vedení nakrátko  $Z_k = 0$

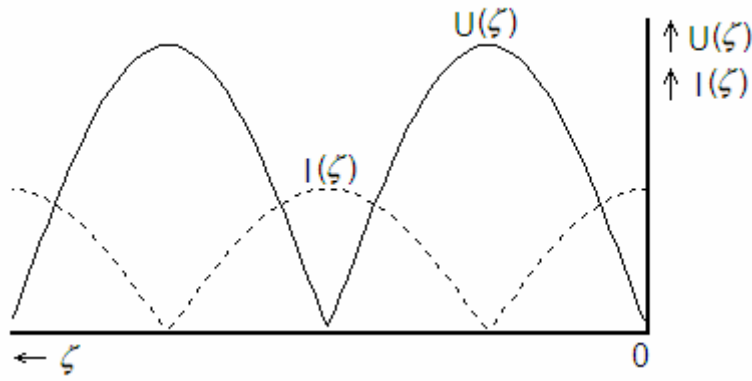
- b) vedení naprázdno – vedení, které je zakončeno nekonečnou impedancí  $Z_k \rightarrow \infty$ . Proud do zátěže  $I_k$  je nulový. Napětí a proud jsou v uzlech opět nulové a fáze napětí a proudu mezi sousedními uzly je opačná jak je vidět na obr. 2.5. Poměr stojatých vln je  $\sigma \rightarrow \infty$  a činitel odrazu na zátěži  $\rho_k = 1$ . Rozložení napětí a proudu určují rovnice

$$U(\zeta) = U_k \cos(\alpha\zeta) \quad , \quad I(\zeta) = j \frac{U_k}{Z_{ov}} \sin(\alpha\zeta) \quad (2.28)$$



Obr. 2.5: Rozložení napětí a proudu na bezeztrátovém vedení naprázdno  $Z_k \rightarrow \infty$

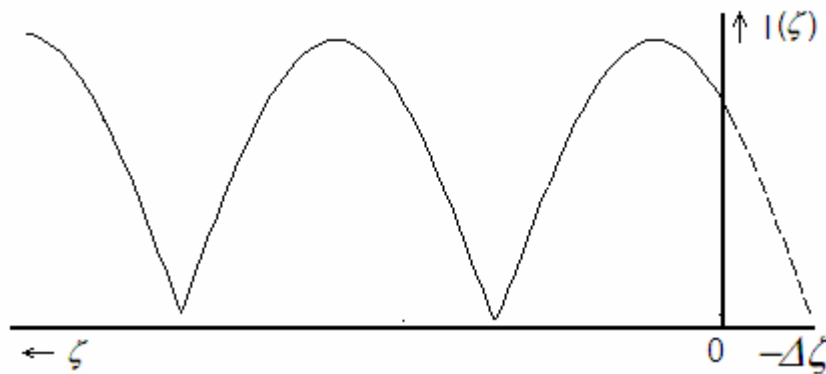
- c) vedení zakončené reálnou zátěží – jde o vedení, kde  $Z_k = R_k$ . Pokud  $R_k < Z_{ov}$  je na konci vedení kmitna proudu a pokud  $R_k > Z_{ov}$  je na konci vedení kmitna napětí (viz. obr. 2.6). Když  $R_k = Z_{ov}$  je vedení *přízpusobeně zakončené* a na vedení je pouze přímá vlna. Amplituda napětí a proudu je podél vedení stálá, ale dochází ke zpoždění fáze směrem ke konci vedení úměrně součinu  $\alpha\zeta$ .



Obr. 2.6: Rozložení napětí a proudu na vedení zakončené reálnou zátěží  $Z_k = R_k$

- d) vedení zakončené reaktancí – vedení, kde  $Z_k = jX_k$  a má v uzlech nulové napětí a proud a modul činitele odrazu je  $|\rho| = 1$  a poměr stojatých vln  $\sigma \rightarrow \infty$ . Na konci vedení je proud roven proudu tekoucímu do koncové reaktance  $I_k = U_k / jX_k$ . Jak je na obr. 2.7 vidět, vedení je zdánlivě prodlouženo nebo zkráceno o úsek  $\Delta l$ , který je možno vypočítat pomocí vztahu (2.29)

$$\Delta l = \arctan\left(-\frac{Z_{ov}}{X_k}\right) \quad (2.29)$$



Obr. 2.7: Rozložení napětí a proudu na vedení zakončené reaktancí  $Z_k = jX_k$

## 2.3 Přenos energie po vedení

Vlna, která se šíří směrem od zdroje k zátěži, přenáší po vedení výkon, který je ve vzdálenosti  $\zeta$  od konce vedení dán vztahem

$$\bar{P}(\zeta) = \bar{U}(\zeta) \cdot \bar{I}^*(\zeta) = |\bar{U}(\zeta)|^2 / Z_{ov} = |\bar{I}(\zeta)|^2 \cdot Z_{ov} \quad (2.30)$$

Na konci vedení je výkon, který přináší přímá vlna

$$\bar{P}_k = |\bar{U}_k|^2 / Z_{ov} = |\bar{U}_p \cdot e^{-\beta l}|^2 / Z_{ov} = \bar{P}_p \cdot e^{-2\beta l} \quad (2.31)$$

Na konci vedení (zátěži) se část energie odráží zpět a odražená vlna potom přenáší od zátěže ke zdroji výkon

$$\bar{P}(\zeta) = \bar{U}(\zeta) \cdot \bar{I}^*(\zeta) = |\bar{U}(\zeta)|^2 / Z_{ov} = |\bar{I}(\zeta)|^2 \cdot Z_{ov} \quad (2.32)$$

Na počátku vedení má odražená vlna výkon

$$\bar{P}_p = |\bar{U}_p|^2 / Z_{ov} = |\bar{U}_k \cdot e^{-\beta l}|^2 / Z_{ov} = \bar{P}_k \cdot e^{-2\beta l} \quad (2.33)$$

Výkon vstupující do vedení se určí jako rozdíl výkonu přímé a odražené vlny na počátku vedení

$$P_p = \bar{P}_p - \bar{P}_p \quad (2.34)$$

Výkon spotřebovaný na zátěži je dán rozdílem výkonu přímé a odražené vlny na konci vedení

$$P_k = \bar{P}_k - \bar{P}_k \quad (2.35)$$

Účinnost vedení je dána poměrem výkonu spotřebovaného na zátěži  $P_k$  k výkonu dodaného do vedení  $P_p$ .

$$\eta = \frac{P_k}{P_p} = \frac{\bar{P}_k - \bar{P}_k}{\bar{P}_k \cdot e^{2\beta l} - \bar{P}_k \cdot e^{-2\beta l}} \quad (2.36)$$

Protože

$$\frac{\bar{P}_k}{\bar{P}_k} = \frac{Z_{ov} \cdot |\bar{U}_k|^2}{Z_{ov} \cdot |\bar{U}_k|^2} = |\rho_k|^2 \quad (2.37)$$

vztah (2.37) se změní na tvar

$$\eta = e^{-2\beta l} \cdot \frac{1 - |\rho_k|^2}{1 - |\rho_k|^2 \cdot e^{-4\beta l}} \quad (2.38)$$

Přenosové ztráty jsou definovány jako poměr výkonu spotřebovaného na zátěži k výkonu, který do zátěže přitéká.

$$L = \frac{P_k}{\bar{P}_k} = \frac{\bar{P}_k - \bar{P}_k}{\bar{P}_k} = 1 - |\rho_k|^2 = \frac{4 \cdot \sigma}{(\sigma + 1)^2} \quad (2.39)$$

Napěťové (proudové) namáhání vedení je velikost napětí či proudu v kmitně stojaté vlny, které jsou  $\sqrt{\sigma}$  krát větší než napětí a proud u přizpůsobeného vedení.

$$U_{\max} = \sqrt{P_k \cdot Z_{ov}} \cdot \sqrt{\sigma} \quad (2.40)$$

$$I_{\max} = \sqrt{P_k / Z_{ov}} \cdot \sqrt{\sigma} \quad (2.41)$$

## 2.4 Transformace impedance vedením

V předchozích částech této kapitoly bylo probráno rozložení napětí a proudu podél vedení. Poměr napětí a proudu přímé vlny (zpětné vlny) v libovolném místě homogenního vedení zakončeného libovolnou impedancí, je roven charakteristické impedanci daného vedení. Poměr napětí a proudu výsledné vlny v určitém místě na vedení, je roven impedanci, kterou se získá na základě vztahů (2.19)

$$Z(\zeta) = \frac{U(\zeta)}{I(\zeta)} = \frac{U_k \cdot \cosh(\gamma \zeta) + Z_{ov} \cdot I_k \cdot \sinh(\gamma \zeta)}{I_k \cdot \cosh(\gamma \zeta) + U_k / Z_{ov} \cdot \sinh(\gamma \zeta)} \quad (2.42)$$

Protože je poměr napětí  $U_k$  a proudu  $I_k$  na konci vedení roven zatěžovací impedanci vedení  $Z_k$ , je možné vztah (2.42) upravit na tvar



$$Z(\zeta) = \frac{Z_k \cdot \cosh(\gamma\zeta) + Z_{ov} \cdot \sinh(\gamma\zeta)}{Z_{ov} \cdot \cosh(\gamma\zeta) + Z_k \cdot \sinh(\gamma\zeta)} \quad (2.43)$$

Použití vztahu (2.43) je pro praktické výpočty celkem komplikované, kvůli vyčíslování hyperbolických funkcí komplexního argumentu  $\gamma\zeta$ . Je ho proto využito jen ve speciálních případech (čtvrtlenné, půlvlenné a přizpůsobené vedení, vedení nakrátko a naprázdno), kdy se vztah (2.43) výrazně zjednoduší.

#### a) čtvrtlenné vedení

jde o vedení, u kterého je jeho délka rovna čtvrtině délky vlny na vedení  $l = \lambda / 4$ . U bezztrátového vedení bude argument hyperbolických funkcí v (2.43) roven (převzato z [1])

$$\gamma l = j\alpha l = j \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} = j \frac{\pi}{2} \quad (2.44)$$

a vztah (2.43) přejde na tvar (převzato z [1])

$$Z_{vst} = \frac{Z_{ov}^2}{Z_k} \quad (2.45)$$

#### b) půlvlenné vedení

jde o vedení, které je dlouhé polovinu vlnové délky na vedení  $l = n \cdot \lambda / 2$ . U bezztrátového vedení přejde vztah (2.43) na tvar

$$Z_{vst} = Z_k \quad (2.46)$$

Impedance na vstupu půlvlenného vedení  $Z_{vst}$  je rovna impedanci zátěže  $Z_k$ .

#### c) přizpůsobené vedení

jde o vedení, které je zakončeno impedancí  $Z_k = Z_{ov}$ . Dosazením do (2.43) získáme vztah

$$Z_{vst} = Z_{ov} \quad (2.47)$$

Na vstupu přizpůsobeného vedení libovolně dlouhého úseku se vždy naměří charakteristická impedance  $Z_{ov}$  tohoto vedení.

#### d) vedení nakrátko

jde o vedení, které je zakončeno impedancí  $Z_k = 0$ . Po dosazení do (2.43) vznikne vztah

$$Z_{vst} = Z_{ov} \cdot \tanh(\gamma l) \quad (2.48)$$

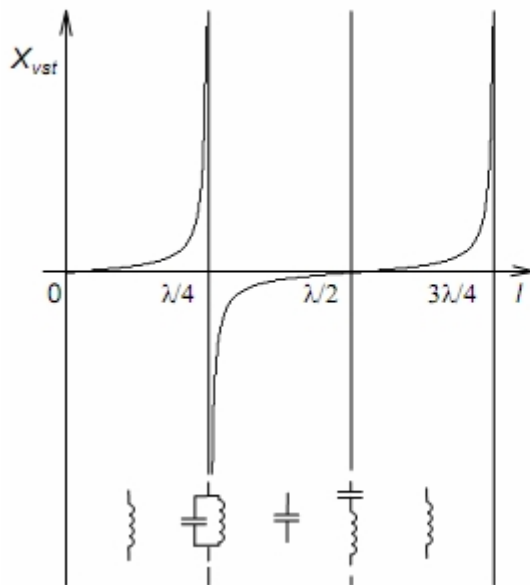
a pro bezztrátové vedení

$$Z_{vst} = jZ_{ov} \cdot \tan(\beta l) \quad (2.49)$$

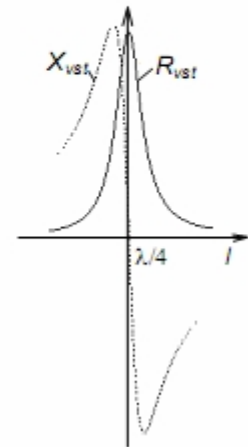
U libovolně dlouhého bezztrátového vedení zakončené zkratem (nakrátko), je na jeho vstupu vždy naměřena čistá reaktance. Pro vedení o délce kratší než čtvrtina vlnové délky  $\lambda/4$  bude vstupní reaktance induktivní. Pro vedení o délce okolo  $\lambda/4$  se bude chovat vedení jako paralelní rezonanční obvod. Pro délku vedení v rozmezí  $\lambda/4$  a  $\lambda/2$  bude vstupní reaktance kapacitní. U vedení s délkou okolo  $\lambda/2$  se bude vedení chovat jako sériový rezonanční obvod. Celá situace se opakuje pro délky větší než  $\lambda/2$ , jak je vidět na obr. 2.8.

U ztrátového vedení ( $\beta > 0$ ) obsahuje vstupní impedance vedení i resistenční složku, která nabývá pro délku vedení okolo  $\lambda/4$  (paralelní rezonance) maximálních hodnot

a pro délku vedení okolo  $\lambda/2$  (sériová rezonance) minimálních hodnot. Na obr. 2.9 je zobrazen průběh obou složek vstupní impedance vedení v okolí paralelní rezonance.



Obr. 2.8: Závislost vstupní impedance úseku vedení nakrátko na délce úseku ( převzato z [1] )



Obr. 2.9: Detail okolí paralelní rezonance( převzato z [1] )

#### e) vedení naprázdno

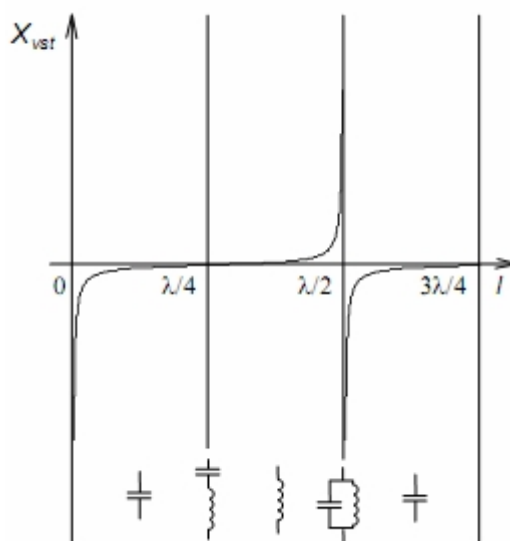
jde o vedení, které je zakončeno impedancí  $Z_k \rightarrow \infty$ . Po dosazení hodnoty  $Z_k$  do (2.43) je získán vztah pro ztrátové vedení

$$Z_{vst} = Z_{ov} \cdot \coth(\gamma l) \quad (2.50)$$

a pro bezztrátové vedení pak

$$Z_{vst} = -jZ_{ov} \cdot \cot g(\beta l) \quad (2.51)$$

Na obr. 2.10 je znázorněna závislost vstupní reaktance vedení naprázdno na jeho délce. Opět je z obrázku zřejmé, že vstupní impedance má reaktanční charakter. Průběh reaktance je obdobný jako u vedení nakrátko, jen s rozdílem, že je celý průběh posunut o  $\lambda/4$ . Takže u vedení o délce kratší jak  $\lambda/4$  má vstupní reaktance kapacitní charakter, vedení o délce okolo  $\lambda/4$  se bude chovat jako sériový rezonanční obvod, atd.



Obr. 2.10: Závislost vstupní reaktance úseku vedení naprázdno ( převzato z [1] )

## 2.5 Smithův diagram

Je dáno vedení, které je zakončeno obecnou impedancí  $Z_k$ . Aby nebylo nutné použít pro výpočet vstupní impedance nepříjemného vztahu (2.43), u kterého se složitě vyčíslují hyperbolické funkce komplexního argumentu  $\gamma\zeta$ , je vhodnější použít pro výpočet transformace impedance vedení se ztrátami transformace činitele odrazu  $\rho$ .

Dle modifikovaného vztahu (2.12) se vypočítá činitel odrazu na konci vedení

$$\rho_K = \frac{z_K - 1}{z_K + 1} \quad (2.52)$$

kde  $z_k$  je *normovaná zatěžovací impedance*, která se vypočítá dle vztahu

$$z_k = \frac{Z_k}{Z_{ov}}$$

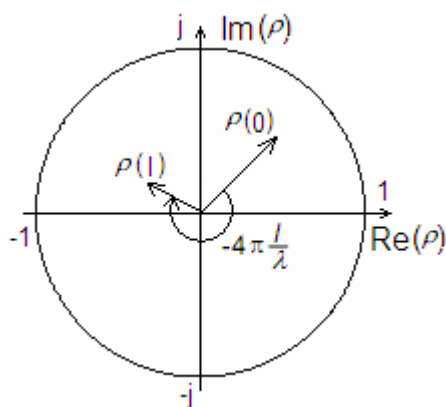
Transformace činitele odrazu na vstup vedení

$$\rho_{vst} = \rho_k e^{-2\alpha l} \cdot e^{-j2\beta l} \quad (2.53)$$

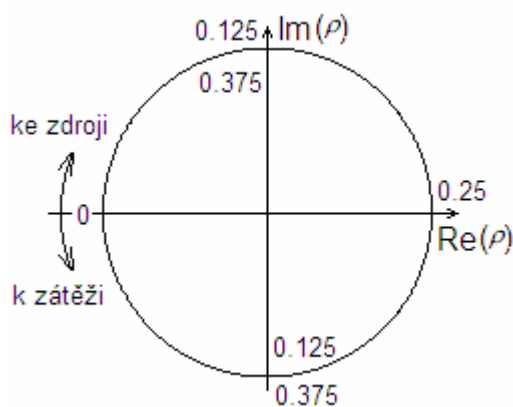
Pomocí (2.13) se vypočte normovaná vstupní impedance

$$z_{vst} = \frac{1 + \rho_k}{1 - \rho_k} \quad (2.54)$$

Postup transformace činitele odrazu je zobrazen na obr. 2.11. Amplituda odražené vlny na konci vedení je vždy menší než amplituda vlny dopadající. Proto modul činitele odrazu nemůže být nikdy větší než jedna a všechny situace se odehrávají uvnitř jednotkové kružnice. V naší jednotkové kružnici se zakreslí do fázorové roviny fázor činitele odrazu na konci vedení  $\rho_k$ . Potom dojde k otočení tohoto fázoru o úhel  $2\beta l$  ve směru hodinových ručiček. Nyní už stačí vypočítat modul na vstupu vedení  $|\rho_{vst}| = |\rho_k| e^{-2\alpha l}$  a odpovídající impedanci.



Obr. 2.11: Transformace činitele odrazu



Obr. 2.12: Cejchování kružnice  $|\rho|=1$

Pro ulehčení práce, je dobré provést ocejchování jednotkové kružnice obr. 2.12, aby se nemuselo ručně počítat fázi činitele odrazu  $2\beta l = 4\pi l / \lambda$  a potom ji složitě vynášet do grafu, ale aby bylo možné jenom určit poměr délky vedení k délce vlny  $l / \lambda$  a následně za pomoci kóty vynést fázor činitele odrazu do fázorové roviny. Dále je v obrázku zobrazena šipka k zátěži, aby bylo známo, kterým směrem se budeme pohybovat při výpočtu zatěžovací impedance ze známé impedance vstupní. Ze vztahů (2.52) a (2.54) je zřejmé, že ke každému fázoru činitele odrazu existuje právě jedna impedance a naopak, a proto je možné celou komplexní rovinu zatěžovací impedance zobrazit uvnitř naší jednotkové rovny.

Pravá strana vztahu (2.54) se rozepíše tak, abychom měli zvlášť reálnou a imaginární část.

$$z = r + jx = \frac{1 + (\rho' + j\rho'')}{1 - (\rho' + j\rho'')} = \frac{1 - \rho'^2 - \rho''^2}{(1 - \rho'^2) + \rho''^2} + 2j \frac{\rho''}{(1 - \rho')^2 + \rho''^2}$$

Vztah pro normovaný odpor

$$r = \frac{1 - \rho'^2 - \rho''^2}{(1 - \rho'^2) + \rho''^2} \quad (2.55a)$$

Vztah pro normovanou reaktanci

$$x = \frac{2\rho''}{(1 - \rho')^2 + \rho''^2} \quad (2.55b)$$

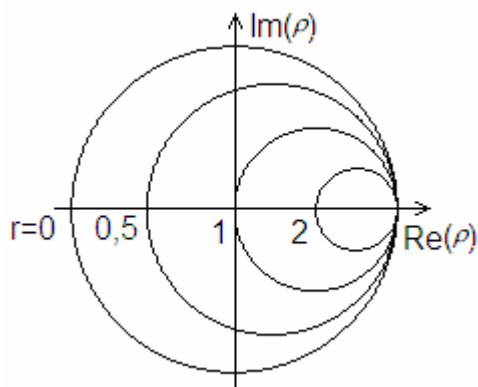
Vztah (2.55a) se přepíše do tvaru

$$[\rho' - r / (r + 1)]^2 + \rho''^2 = 1 / (r + 1)^2 \quad (2.56a)$$

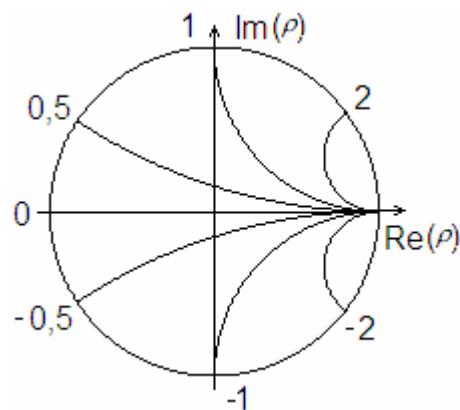
Vztah (2.56a) je v podstatě rovnice kružnice se středem  $(\rho' = r / (r + 1); \rho'' = 0)$  a s poloměrem  $1 / (r + 1)$ . Kružnice pro  $r = 0.5$ ,  $r = 1$ ,  $r = 2$  jsou nakresleny na obr. 2.13. Obdobným způsobem se získá ze vztahu (2.55b) rovnice pro reaktanci

$$(\rho' - 1)^2 + (\rho'' - 1/x)^2 = 1/x^2 \quad (2.56b)$$

Znovu se jedná o rovnici kružnice se středem  $(\rho' = 1; \rho'' = 1/x)$  a s poloměrem  $1/x$ . Kružnice pro  $x = \pm 0.5$ ,  $x = \pm 1$ ,  $x = \pm 2$  jsou nakresleny na obr. 2.14.



Obr. 2.13: Kružnice konstantního odporu



Obr. 2.14: Kružnice konstantní reaktance

Po překrytí obrázků 2.13 a 2.14 vznikne tzv. *Smithův diagram*, který se používá pro transformaci impedance na konci vedení na jeho vstup, aniž by bylo nutné cokoli počítat. Postup transformace:

- a) normování zatěžovací (vstupní) impedance
- b) vynesení normované impedance do diagramu, zakreslení fázoru činitele odrazu
- c) pootočení fázoru činitele odrazu na obvodu diagramu o  $l/\lambda$  dílků směrem ke zdroji (k zátěži)
- d) u ztrátového vedení musíme vynásobit činitel odrazu činitelem  $e^{-2\alpha l}$  ( $e^{+2\alpha l}$ )
- e) odečtení normované vstupní (zatěžovací) impedance
- f) odnormování normované impedance

## 2.6 Generování diagramu v Matlabu

V následující kapitole je uveden postup generování jednoduchého Smithova diagramu v programu Matlab. Použity jsou funkce `smith` a `smithcirc`. Ve funkci `smith` se nejprve deklaruje proměnná `maxG` (ř.8), která zajišťuje, že se veškerý děj bude odehrávat uvnitř jednotkové kružnice. Potom jsou nadefinovány koncové body pro kružnice konstantního odporu a pro kružnice konstantní reaktance (ř.11 a 12) a také zabezpečení funkce diagramu pro zápornou reaktanci (ř.14). V dalším kroku se počítají středy a poloměry pro naše nadefinované kružnice (ř.15 až 20). Následuje volání funkce `smithcir`, která obsahuje cyklus `for`, ve kterém je proměnná `gamma`. Ta slouží k vypsání všech bodů určité kružnice s odstupem 0.2 stupně (ř.35). Teď se vyberou pouze body menší nebo rovno jedné, aby nebyly vykresleny i body mimo jednotkovou kružnici (ř.36) a výsledek je vykreslen do grafu (ř.38). Nakonec se přidá vodorovná osa (ř.26). Výsledný diagram je na obr. 2.15.

```
function smith(n)

clf;
axis('equal');
axis('off');
hold on;

maxG=1;           %8: nastavení jednotkové kružnice
width=1;

r = [0.3, 1, 3];  %11: koncové body pro odpor
```

```

x = [0.3, 1, 3];          %12: koncové body pro reaktanci

x = [x, -x];              %14: kladná a záporná reaktance

Cr = r./(1+r);            %15: střed a poloměr kruhů pro odpor
Rr = 1./(1+r);            %16:
maxGr = ones(1,length(Cr)); %17:

Cx = 1 + j./x;            %18: střed a poloměr kruhů pro reaktanci
Rx = 1./abs(x);           %19:
maxGx = ones(1,length(Cx)); %20:

smithcir(0,1,maxG,width); %22: přidání jednotkové kružnice
smithcir(Cr,Rr,maxGr,width); %23: přidání kruhů - odpor
smithcir(Cx,Rx,maxGx,width); %24: přidání kruhů - reaktance

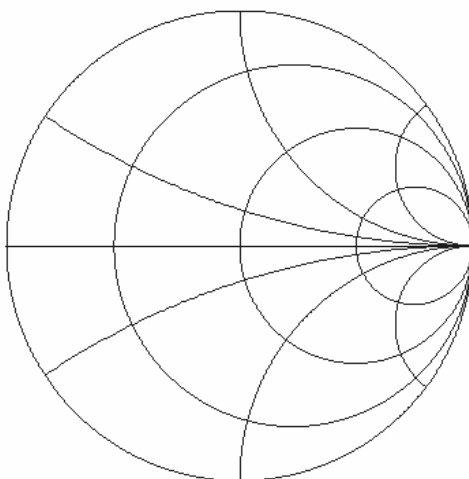
line([-1,1], [0,0]);      %26: přidání vodorovné osy

function smithcir(c,r,maxG,width)

phi = linspace(0, 2*pi, 1800); %31: rozestup 0.2 stupně
z = exp(j*phi);

for i=1:length(c),          %34:
    gamma = c(i) + r(i)*z;   %35: body kolem i=tého kruhu
    k = find(abs(gamma)<=maxG(i)); %36: podmnožina gamma
    gamma = gamma(k);        %37:
    plot(gamma,'linewidth',width); %38: vykreslení
end

```



Obr. 2.15 Smithův diagram

Uvedený postup lze použít i na generování složitějších diagramů, kde bude zobrazeno více impedančních a reaktančních kružnic a jejich hodnoty. Dále je možno diagram použít pro grafické znázornění transformace impedance a činitele odrazu podél vedení a rozložení napětí a proudu na vedení, určení délky vedení atd.

### 3. Přizpůsobování impedancí

Vedení slouží pro přenos energie. Pro optimální přenos je nutné, aby se zatěžovací impedance  $Z_k$  na konci vedení rovnala charakteristické impedanci  $Z_{ov}$  na počátku vedení. Tomuto stavu se říká, že je zátěž přizpůsobená. Tento stav je pro nás výhodný z různých hledisek: na vedení je jen přímá postupná vlna a účinnost přenosu je největší, vstupní impedance vedení je reálná a stálá, napětí a proudy na vedení jsou při daném přenášeném výkonu nejmenší. Pokud prvek (zařízení) na konci vedení podmínku nesplňuje ( $Z_k \neq Z_{ov}$ ), a to bývá často, je nutné zapojit mezi vedení a zátěž *přizpůsobovací obvod*, který transformuje impedanci zátěže  $Z_k$  na hodnotu  $Z_{ov}$ .

Podmínku  $Z_k = Z_{ov}$  není možné vždy splnit úplně přesně, proto se je vhodné se stavu přizpůsobení přiblížit. V takových případech je vhodné zavést nějaké kritérium kvality přizpůsobení. Kvalita přizpůsobení se většinou hodnotí podle velikosti poměru stojatých vln na vedení nebo podle absolutní hodnoty činitele odrazu. Obě tyto veličiny by měly být co nejmenší (ideálně  $\sigma = 1$ ,  $\rho = 0$ ). Hodnocení kvality přizpůsobení je vždy závislé na náročnosti systému, ve kterém je vedení použito. Pro základní orientaci lze uvést následující hodnoty (převzato z [1]):

Velmi dobré přizpůsobení:	$PSV < 1.1$	(např. televizní vysílače)
Dobré přizpůsobení:	$PSV < 1.5$ až $2$	(běžná zařízení)
Vyhovující přizpůsobení:	$PSV < 3$ až $5$	(nenáročná zařízení)

Přizpůsobovací obvody je možné třídit podle různých hledisek. Podle šířky frekvenčního pásma se rozlišují obvody "laděné" (úzkopásmové) a širokopásmové. Od širokopásmových obvodů přizpůsobovacích se odlišují obvody kompenzační, které plní jinou funkci. Zatímco přizpůsobovací obvody transformují (v jistém kmitočtovém pásmu) stálou impedanci  $Z_k$  na  $Z_{ov}$ , kompenzační obvody mají za úkol převádět kmitočtově závislou impedanci  $Z_k$  na konstantní  $Z_{ov}$ . Musí tedy odpovídat konkrétní zátěži a jejich návrh je náročnější.

Dále se přizpůsobovací obvody třídí dle provedení na obvody složené se soustředěných prvků  $L$ ,  $C$  (rezistory se nepoužívají kvůli ztrátám) a obvody složené z úseků vedení. První typy přizpůsobovacích obvodů jsou běžné na nižších frekvencích, zatímco druhé typy na vyšších frekvencích.

#### 3.1 Důsledky impedančního nepřizpůsobení

Než bude podán přehled přizpůsobovacích obvodů, které mají zajistit impedanční přizpůsobení, je vhodné uvést jaké následky by mohlo mít zanedbání přizpůsobení. Jsou to zejména tyto následky:

- V nepřizpůsobeném obvodu vzniká stojaté vlnění. Dochází tak ke zvýšenému namáhání některých částí obvodu, které jím mohou být někdy zničeny (např. tranzistory koncových stupňů vf. vysílačů).
- Připojením nepřizpůsobeného obvodu se může vnést do laděných obvodů jalová složka impedance (tedy jakoby přidat indukčnost či kapacitu), a tím jej přeladit.
- Energie odražená od vstupu obvodu, se po dalším odrazu může na tento vstup opět vrátit s určitým zpožděním, a může tak znehodnotit původní signál (viz např. takzvaní "duchové" v televizním obraze).
- Dlouhý úsek vedení, které je na obou koncích nepřizpůsobené, má charakter rezonátoru. Rezonuje přitom na řadě (blízkých) frekvencí, čímž může z přenášeného signálu odfiltrovat některé složky. Takové zkreslení přenášeného signálu je takřka nenapravitelné.

- e) Nejsou-li obvody, spojené pomocí vedení, k tomuto vedení impedančně přizpůsobeny, může být funkce obvodu závislá na délce propojovacího vedení.
- f) Odrazem energie v místě impedančního nepřizpůsobení se snižuje energie dodávaná do zátěže.

### 3.2 Přizpůsobovací obvody

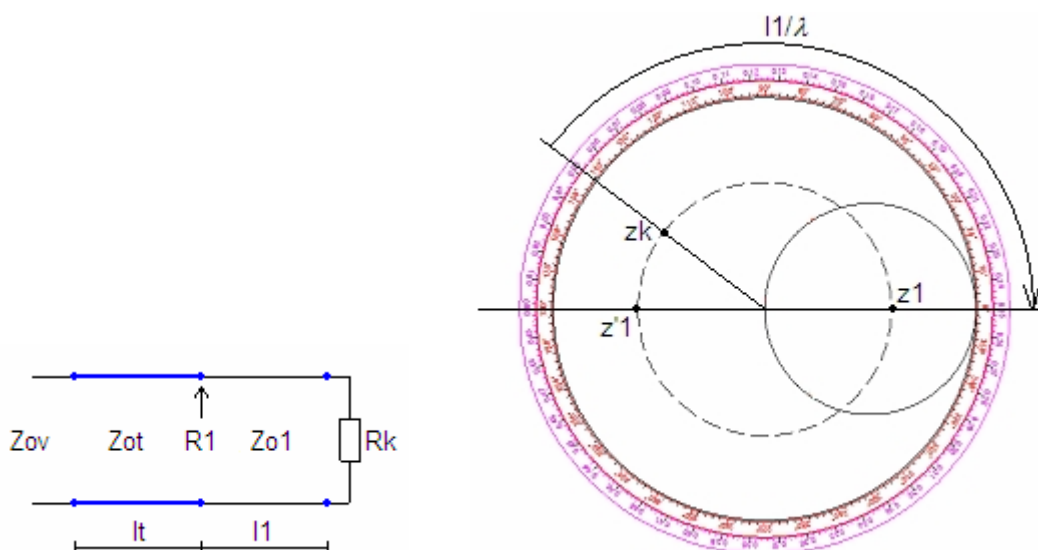
V následující části je vysvětlena činnost několika důležitých obvodů složených z úseků vedení. Impedanci zátěže, která se má přizpůsobit, je označena  $Z_k$  ( $Z_k = R_k + jX_k$ ) a charakteristickou impedancí vedení, ke které se má  $Z_k$  přizpůsobit, je označena  $Z_{ov}$  (ta je reálná).

#### a) Čtvrtvlnný transformátor

využívá transformačních vlastností úseku vedení s délkou  $l = \lambda/4$ , který je vložen mezi zátěž a napájecí vedení (viz obr. 3.1). Čtvrtvlnné vedení ( $l = \lambda/4$ ) s charakteristickou impedancí  $Z_{ot}$  transformuje impedanci zátěže  $Z_k$  dle vztahu (2.45).

Jelikož jsou charakteristické impedance  $Z_{ot}$  a  $Z_{ov}$  reálné, je proto nutné aby i impedance zátěže byla reálná  $R_k$ . Proto je přizpůsobení čtvrtvlnným transformátorem použitelné jen pro přizpůsobení reálných zátěží  $R_k$ .

$$Z_{ot} = \sqrt{R_k \cdot Z_{ov}}, \quad l = \lambda/4 \quad (3.1)$$



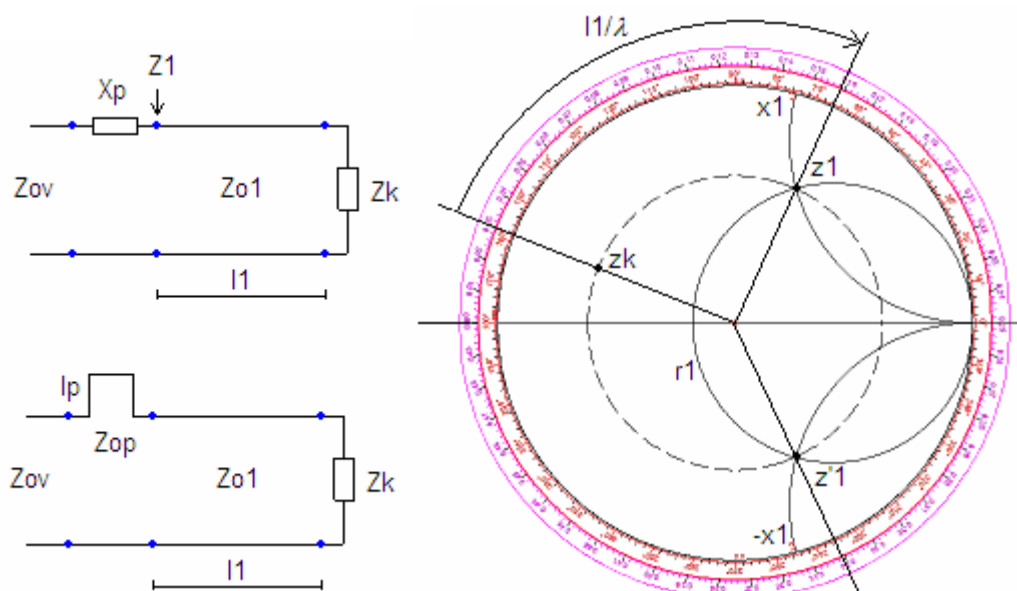
Obr. 3. 1: Transformace čtvrtvlnným úsekem vedení - čtvrtvlnný transformátor  
a) zapojení obvodu                      b) postup řešení

Z kmitočtového hlediska je přizpůsobení čtvrtvlnným transformátorem úzkopásmové. Čím větší je poměr  $Z_k / Z_{ov} = R_k / Z_{ov}$  (pro  $R_k > Z_{ov}$ ) anebo čím větší je poměr  $Z_{ov} / R_k$  (pro  $R_k < Z_{ov}$ ), tím užší je kmitočtové pásmo, ve kterém transformátor splní stanovené požadavky na PSV. Když se transformace  $Z_k$  na  $Z_{ov}$  neprovede najednou, ale pomocí několika čtvrtvlnných transformátorů za sebou v kaskádě, dojde ke zlepšení - pásmo se rozšíří. Ideální je pokud každý ze čtvrtvlnných úseků transformuje impedanci ve stejném poměru  $p = (Z_{ov} / R_k)^{1/n}$ , kde  $n$  je počet kaskádně zapojených transformačních stupňů.

#### b) Přizpůsobení sériovým pahýlem

Jde o způsob přizpůsobení pomocí vloženého vedení, které kompenzuje imaginární složky sériovou reaktancí, podle schématu na obr. 3.2. Pahýl je úsek vedení (nakrátko nebo naprázdno), který kompenzační reaktanci realizuje.





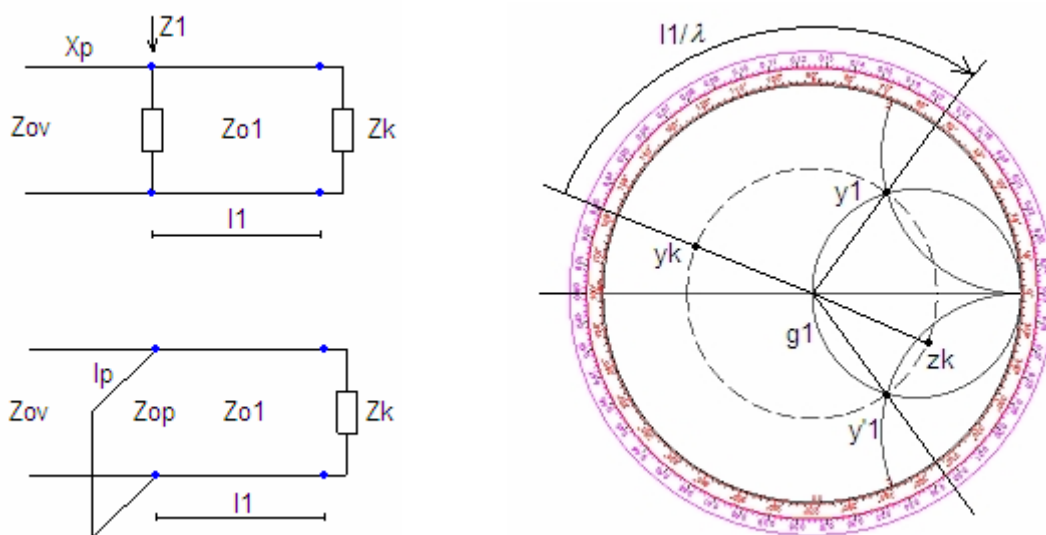
Obr. 3. 2: Přizpůsobení sériovým pahýlem  
a) zapojení obvodu b) postup řešení

Pomocí vloženého vedení  $l_1$  se transformuje impedance zátěže  $Z_k$  na takovou hodnotu impedance  $Z_1 = R_1 + jX_1$ , aby její reálná část byla rovna s charakteristickou impedancí  $Z_{ov}$  (tj.  $R_1 = Z_{ov}$ ). Zbývající imaginární složka  $X_1$  se kompenzuje sériovou reaktancí  $X_p = -X_1$ . Tímto je dosaženo přizpůsobení  $Z_{ov}$ , avšak na úseku  $l_1$  zůstává stojatá vlna. Pro návrh obvodu použijeme Smithův diagram. Diagram musí být normován k charakteristické impedanci vloženého vedení  $Z_{o1}$ . Za předpokladu, že impedance vloženého vedení  $Z_{o1}$  je rovna impedanci  $Z_{ov}$ , potom je i diagram současně normován k  $Z_{ov}$ . Potom požadované impedanci  $Z_{ov}$  odpovídá normovaná hodnota  $r_1 = Z_{ov}/Z_{o1}$ , na kterou se musí impedance zátěže převést. Prvním krokem bude transformace impedance zátěže  $Z_k$  na impedance, jejíž reálná složka je rovna  $r_1$ . Ve Smithově diagramu to odpovídá otočení bodu  $z_k$  na kružnici konstantní reálné složky  $r = r_1$ . Naskytnou se nám dvě řešení, které se liší délkou vloženého vedení  $l_1$  (délka oblouku od  $Z_k$  do  $Z_1$  nebo do  $Z'_1$ ) a znaménkem reaktance  $X_1$ . Na "reaktanční" kružnici procházející bodem  $z_1$  se pak odečte reaktance  $x_1 = X_1/Z_{ov}$ . Na symetrických vedeních se musí do každého z obou vodičů zařadit polovina reaktance  $X_{p/2}$ .

Pokud se realizuje reaktance  $X_1$  úsekem vedení o charakteristické impedanci  $Z_{op}$  (pahýl), tak se nejprve nalezne průsečík kružnice  $x_p = -X_1/Z_{op}$  s obvodovou kružnicí Smithova diagramu ( $r = 0$ ) a určí se délka pahýlu nakrátko nebo naprázdno. Délku pahýlu je možno rovněž vypočítat pomocí rovnic (2.49) nebo (2.51).

### c) Přizpůsobení paralelním pahýlem

Zapojení sériového pahýlu vyžaduje přerušení napájecího vedení a to není výhodné. Proto obvykle používá přizpůsobení paralelním pahýlem (viz. obr. 3.3). Princip je podobný, jen kompenzační reaktance se připojuje paralelně k vedení  $Z_{ov}$  ve vypočtené vzdálenosti  $l_1$ . Na úsecích  $l_1$  a  $l_p$  je stojaté vlnění, ale na vedení  $Z_{ov}$  je jen postupná vlna.



Obr. 3. 3: Přizpůsobení paralelním pahýlem  
a) zapojení obvodu b) postup řešení

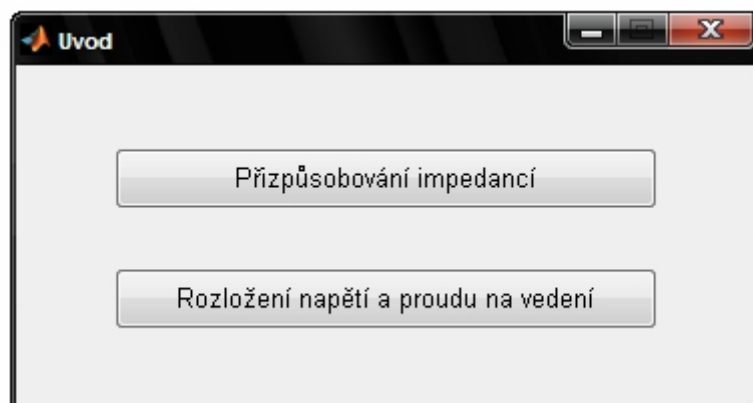
Je vhodné řešit obvod v admitančním Smithově diagramu. Admitance zátěže  $Y_k$  se úsekem  $l_1$  transformuje na hodnotu  $Y_1 = G_1 + B_1$  tak, aby její reálná část byla rovna charakteristické admitanci  $G_1 = Z_{o1}/Z_{ov}$ , kde  $G_1$  je obvykle rovno 1. Proto musí normovaná admitance  $y_1 = Y_1/Y_{ov}$  ležet v admitančním diagramu na jednotkové kružnici vodivosti. Opět jsou získána dvě řešení  $y_1$  a  $y'_1$ , které se liší znaménkem susceptance  $b_1$  a délkou úseku vedení  $l_1$ . Susceptance  $b_1$  se pak kompenzuje paralelně připojeným pahýlem, jehož susceptance musí být  $b_p = -b_1$ . Z normované hodnoty  $y_k$  k hodnotě  $y_1$  nebo  $y'_1$  se zjistí délka oblouku  $l_1/\lambda$ . Susceptační kružnice procházející bodem  $y_1$  určí  $B_1/Y_{ov}$ , kde se vypočte  $B_1$  a pak  $B_p = -B_1$ . Zvolí se pahýl nakrátko nebo naprázdno a pomocí hodnoty  $B_p$  se vypočte jeho délka  $l_p$ . Což je možné pomocí Smithova diagramu nebo dosazením do rovnic (2.49) nebo (2.51).

## 4. Práce s programem v Matlabu

Kapitola je zaměřena seznámení s programem a názornou ukázkou přizpůsobení vedení pomocí čtvrtlínových transformátorů, vložených vedení a pahýlů. Program dále názorně graficky zobrazuje transformace impedance a činitele odrazu podél vedení ve Smithově diagramu a rozložení napětí a proudu na vedení.

### 4.1. Základní ovládání

Program se spouští zapsáním příkazu „*uvod\_gui*“ do příkazové řádky programu Matlab a potvrzením klávesy Enter. Dojde k otevření okna *Úvod*, kde jsou na výběr dvě možnosti jak ukazuje obr. 4.1.

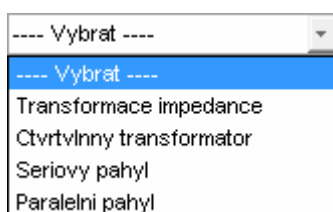


Obr. 4.1: Úvodní okno programu

## 4.2. Přizpůsobování impedancí v Matlabu

Tato kapitola formou ukázkových příkladů ukáže postup transformace impedance podél vedení a přizpůsobení vedení pomocí čtvrtvlnných transformátorů a pahýlů. Výběrem *Přizpůsobování impedancí* z úvodního okna programu obr. 4.1 se otevře nové dialogové okno obr. 4.2. První položka je *Způsob přizpůsobení*, která nabízí seznam možných přizpůsobení obr. 4.3. Další položky slouží pro zadání základních parametrů vedení.

Obr. 4.2: Přizpůsobování impedancí na vedení



Obr. 4.3: Způsob přizpůsobení

### 4.2.1 Transformace impedance na vedení

Způsob přizpůsobení je zvolen *Transformace impedance*. Položky *Zo1* a *Zop* nejsou při této operaci použity, proto jsou deaktivovány. Položka *Směr* slouží pro nastavení směru transformace. Pro transformaci směrem k zátěži je hodnota -1 a pro transformaci směrem

ke zdroji je hodnota 1. Uvedený příklad pro transformaci impedance je uveden na obr. 4.4. Stiskem tlačítka *zobrazit* dojde k otevření nového okna, ve kterém je zobrazen postup transformace pomocí Smithova diagramu. Jsou zde i uvedeny zadané hodnoty a hledaná impedance na vstupu vedení a činitel odrazu na konci vedení obr. 4.5.

**Přizpůsobování impedancí na vedení**

Soubor

Vstupní hodnoty

Způsob přizpůsobení: Transformace impedance

Impedance na konci vedení  $Z_k$ : 780 j 540 [Ohm]      Frekvence: 60 [MHz]

Charakteristická impedance vedení  $Z_{ov}$ : 300 [Ohm]      Činitel zkrácení: 0.8 [-]

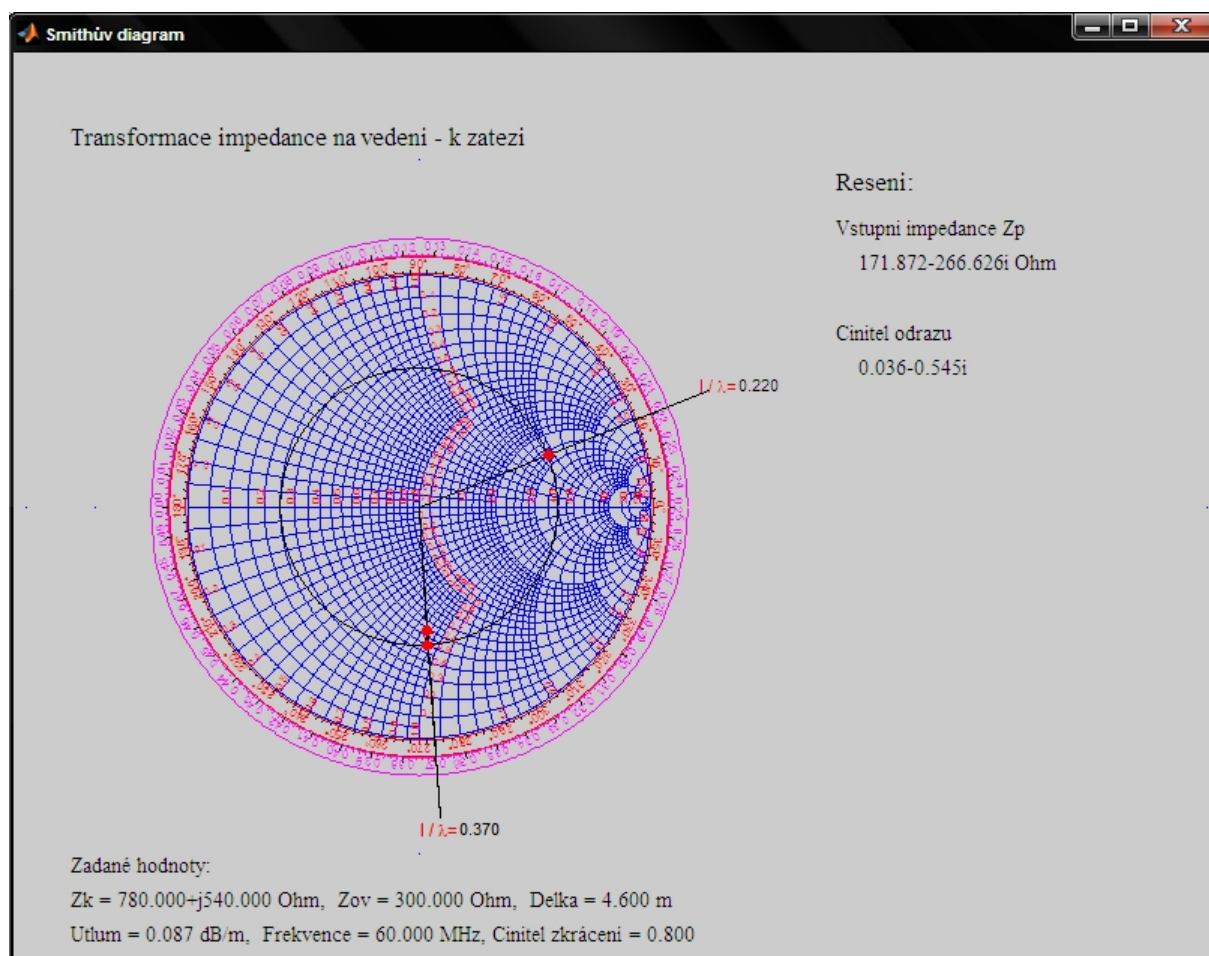
Impedance pomocného vedení  $Z_{o1}$ : [ ] [Ohm]      Délka: 4.6 [m]

Charakteristická impedance - pahýl  $Z_{op}$ : [ ] [Ohm]      Utlum: 0.0868 [dB/m]

Směr: -1

Zobrazit

Obr. 4.4: Transformace impedance na vedení



Obr. 4.5: Transformace impedance na vedení – Smithův diagram

#### 4.2.2. Přizpůsobení vloženým vedením a čtvrtvlnným transformátorem

Způsob přizpůsobení je zvolen *Čtvrtvlnný transformátor*. Položky *Z<sub>op</sub>*, *Délka*, *Útlum* a *Směr* nejsou při této operaci použity, proto jsou deaktivovány. Uvedený příklad pro přizpůsobení vloženým vedením a čtvrtvlnným transformátorem je uveden na obr. 4.6. Stiskem tlačítka *zobrazit* opět dojde k otevření nového okna, ve kterém je zobrazen postup přizpůsobení pomocí Smithova diagramu. Jsou zde uvedeny zadané hodnoty, zapojení obvodu a obě dvě řešení s hledanými hodnotami jak je vidět na obr. 4.7.

**Přizpůsobování impedancí na vedení**

Soubor

Vstupní hodnoty

Způsob přizpůsobení: Čtvrtvlnný transformátor

Impedance na konci vedení  $Z_k$ : 42 j 35 [Ohm]      Frekvence: 300 [MHz]

Charakteristická impedance vedení  $Z_{ov}$ : 70 [Ohm]      Cíntel zkrácení: 1 [-]

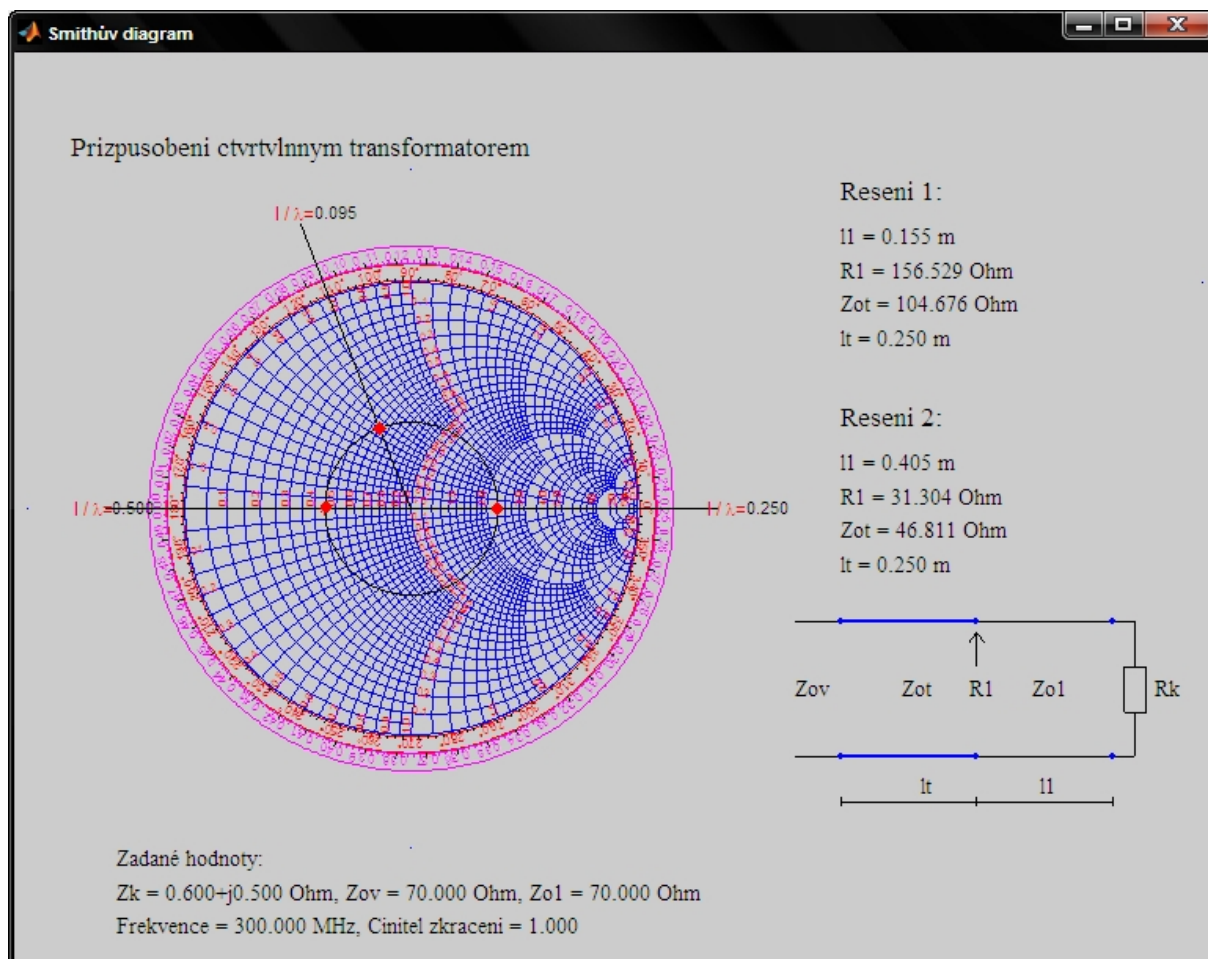
Impedance pomocného vedení  $Z_{o1}$ : 70 [Ohm]      Délka: [disabled] [m]

Charakteristická impedance - pahýl  $Z_{op}$ : [disabled] [Ohm]      Útlum: [disabled] [dB/m]

Směr: [disabled]

Zobrazit

Obr. 4.6: Přizpůsobení vloženým vedením a transformátorem



Obr. 4.7: Přizpůsobení vloženým vedením a transformátorem – Smithův diagram

#### 4.2.3. Přizpůsobení sériovým pahýlem

Způsob přizpůsobení je zvolen *Sériový pahýl*. Položky *Délka*, *Útlum* a *Směr* nejsou při této operaci použity, proto jsou deaktivovány. Uvedený příklad pro přizpůsobení sériovým pahýlem je uveden na obr. 4.8. Stiskem tlačítka *zobrazit* opět dojde k otevření nového okna, ve kterém je zobrazen postup přizpůsobení pomocí Smithova diagramu. Jsou zde uvedeny zadané hodnoty, zapojení obvodu a obě dvě řešení s hledanými hodnotami jak je vidět na obr. 4.9.

Přizpůsobování impedancí na vedení

Soubor

Vstupní hodnoty

Způsob přizpůsobení:

Impedance na konci vedení  $Z_k$ :   $j$   [Ohm]      Frekvence:  [MHz]

Charakteristická impedance vedení  $Z_{ov}$ :  [Ohm]      Cinitel zkrácení:  [-]

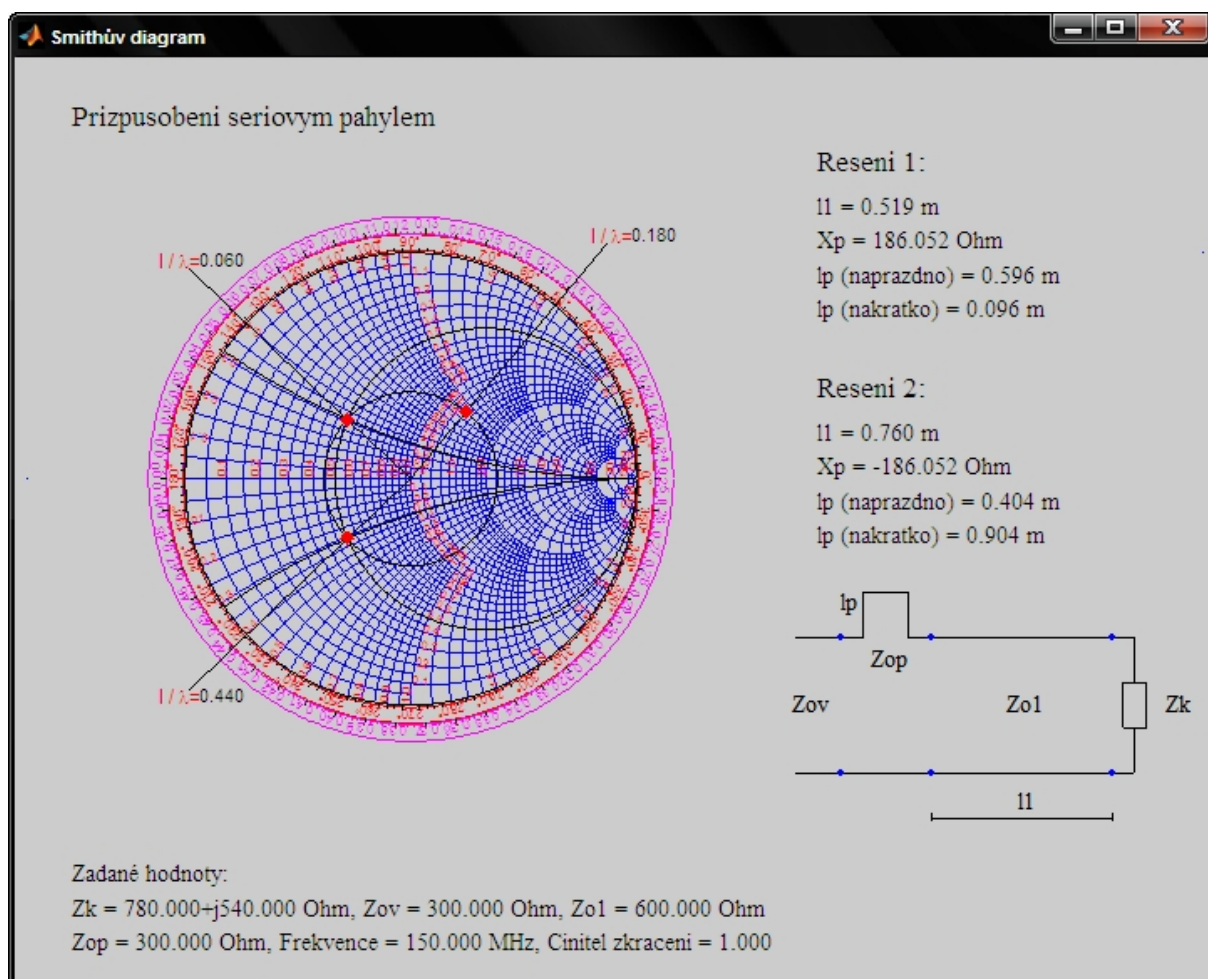
Impedance pomocného vedení  $Z_{o1}$ :  [Ohm]      Délka:  [m]

Charakteristická impedance - pahýl  $Z_{op}$ :  [Ohm]      Útlum:  [dB/m]

Směr:



Obr. 4.8: Přizpůsobení sériovým pahýlem



Obr. 4.9: Přizpůsobení sériovým pahýlem – Smithův diagram

#### 4.2.4. Přizpůsobení paralelním pahýlem

Způsob přizpůsobení je zvolen *Paralelní pahýl*. Položky *Délka*, *Útlum* a *Směr* nejsou při této operaci použity, proto jsou deaktivovány. Uvedený příklad pro přizpůsobení paralelním pahýlem je uveden na obr. 4.10. Stiskem tlačítka *zobrazit* opět dojde k otevření nového okna, ve kterém je zobrazen postup přizpůsobení pomocí Smithova diagramu. Jsou zde uvedeny zadané hodnoty, zapojení obvodu a obě dvě řešení s hledanými hodnotami jak je vidět na obr. 4.11.

**Přizpůsobování impedancí na vedení**

Soubor

Vstupní hodnoty

Způsob přizpůsobení: Paralelní pahýl

Impedance na konci vedení  $Z_k$ : 780 j 540 [Ohm]      Frekvence: 150 [MHz]

Charakteristická impedance vedení  $Z_{ov}$ : 300 [Ohm]      Cítel zkrácení: 1 [-]

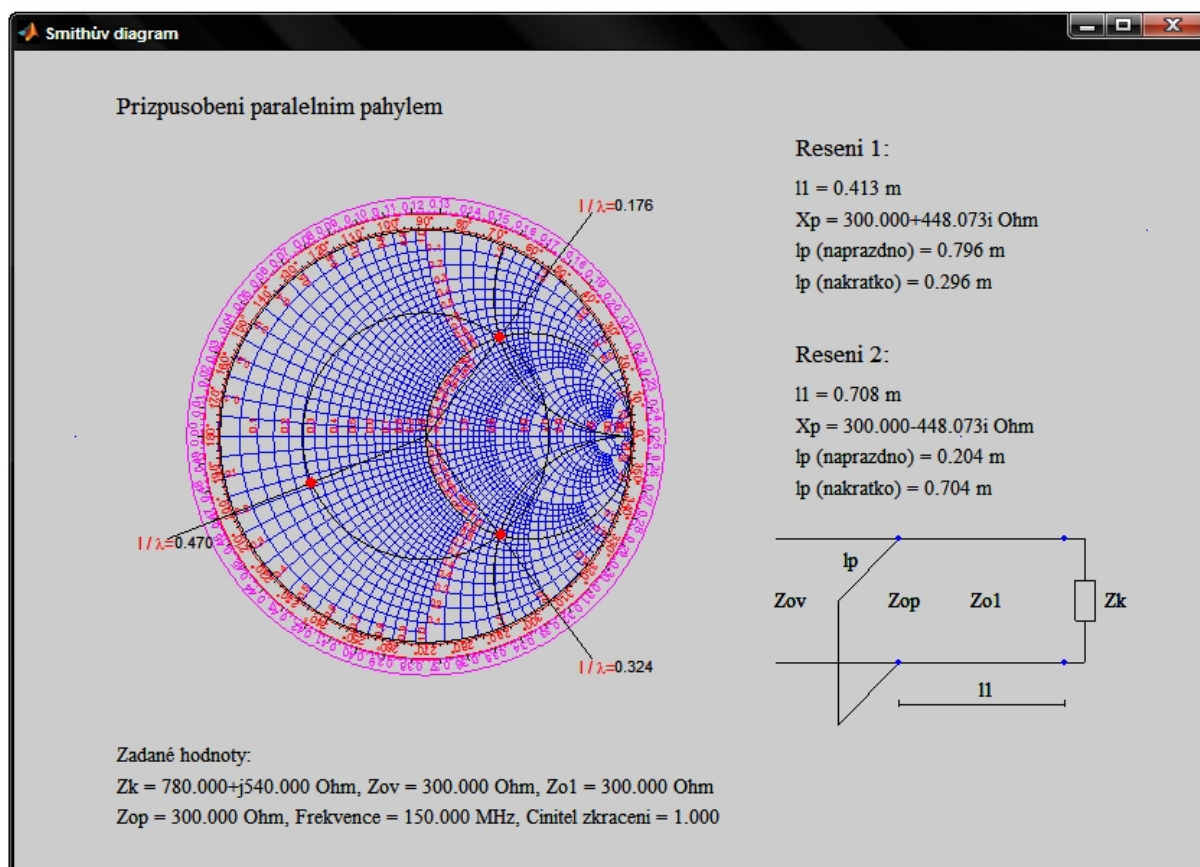
Impedance pomocného vedení  $Z_{o1}$ : 300 [Ohm]      Délka: 4.6 [m]

Charakteristická impedance - pahýl  $Z_{op}$ : 300 [Ohm]      Utlum: 0.1 [dB/m]

Směr: -1

Zobrazit

Obr. 4.10: Přizpůsobení paralelním pahýlem



Obr. 4.11: Přizpůsobení paralelním pahýlem – Smithův diagram

### 4.3. Rozložení napětí a proudu na vedení

V této kapitole je formou ukázkových příkladů ukázáno rozložení napětí a proudu na vedení, pro vedení zakončené naprázdno, nakrátko, reálnou zátěží a reaktancí. Výběrem *Rozložení napětí a proudu na vedení* z úvodního okna programu obr. 4.1 se otevře nové dialogové okno obr. 4.12. Okno se skládá ze dvou částí. První část slouží pro zadání primárních parametrů vedení a okrajových podmínek na konci vedení. Sekundární parametry jsou na základě zadaných parametrů vypočítány a poté zobrazeny v příslušné



části okna. Druhá část okna slouží k vykreslení grafu rozložení napětí a proudu na vedení, který se zobrazí stiskem tlačítka *Aktualizovat*.

**Rozložení napětí a proudu na vedení**

Soubor

Vstupní parametry

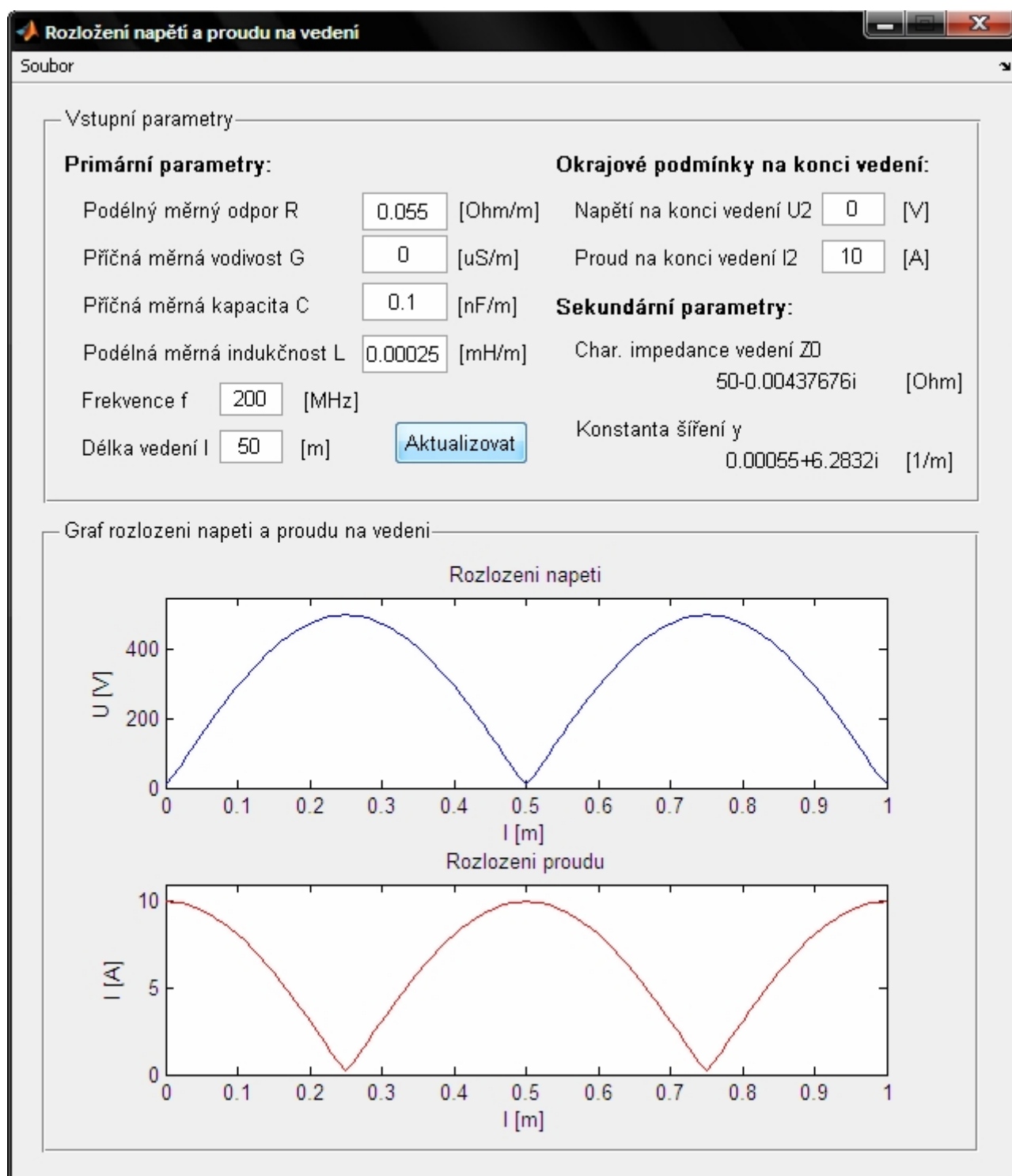
<b>Primární parametry:</b>		<b>Okrajové podmínky na konci vedení:</b>
Podélný měrný odpor R	<input type="text"/> [Ohm/m]	Napětí na konci vedení U2 <input type="text"/> [V]
Příčná měrná vodivost G	<input type="text"/> [uS/m]	Proud na konci vedení I2 <input type="text"/> [A]
Příčná měrná kapacita C	<input type="text"/> [nF/m]	<b>Sekundární parametry:</b>
Podélná měrná indukčnost L	<input type="text"/> [mH/m]	Char. impedance vedení Z0
Frekvence f <input type="text"/> [MHz]		
Délka vedení l <input type="text"/> [m]	<input type="button" value="Aktualizovat"/>	Konstanta šíření γ
		[Ohm]
		[1/m]

Graf rozložení napětí a proudu na vedení

Obr. 4.12: Rozložení napětí a proudu na vedení

#### 4.3.1. Vedení nakrátko

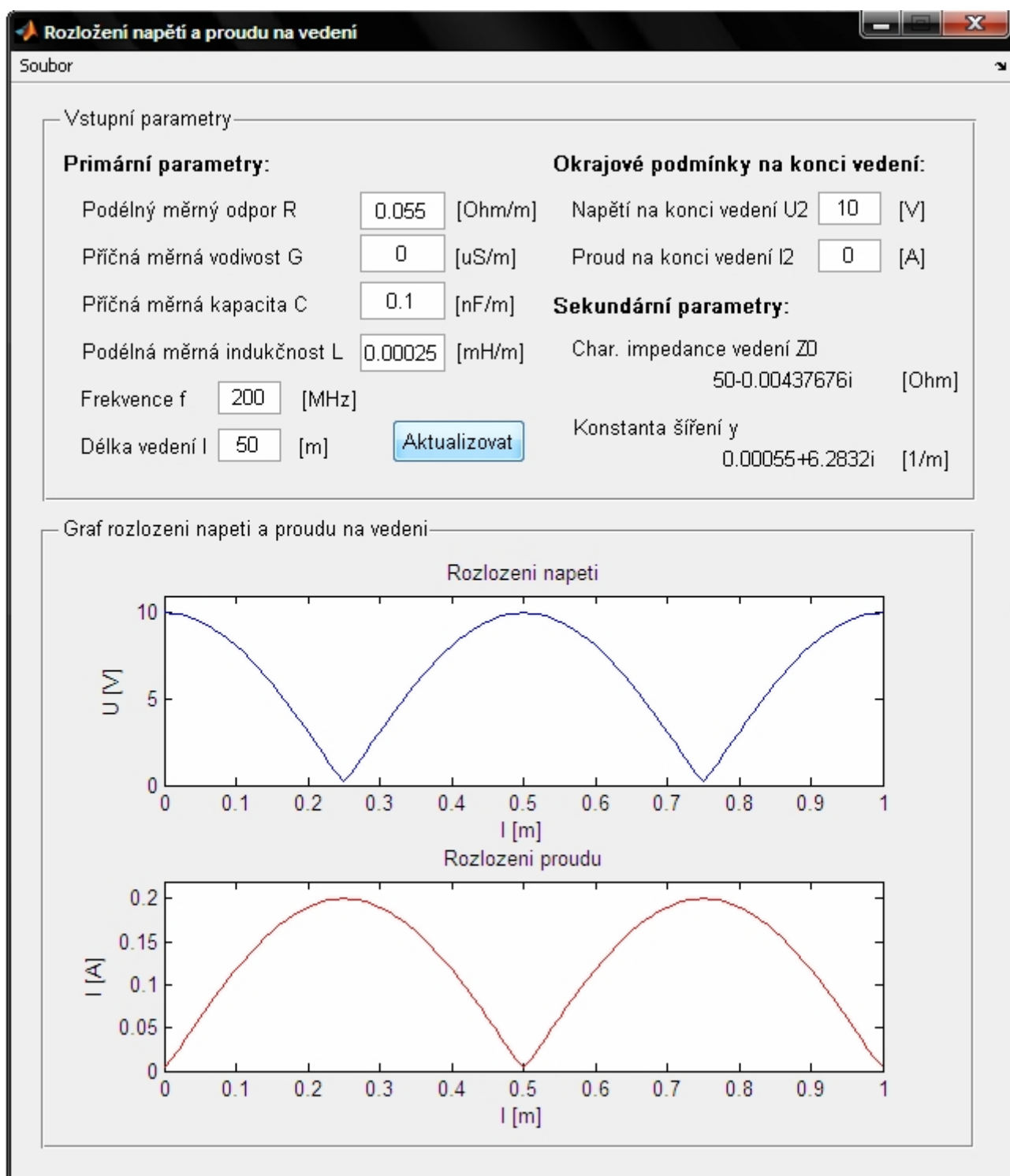
Jedná se o vedení, které je zakončeno impedancí  $Z_k = 0$  a proto položka pro napětí na konci vedení  $U_2$  je rovna nule. Uvedený příklad pro rozložení napětí a proudu na bezztrátovém vedení nakrátko je uveden na obr. 4.13. Po vyplnění všech parametrů a stiskem tlačítka *Aktualizovat* se vykreslí graf rozložení. V grafu je vidět, že konci vedení je kmitna proudu a napětí je nulové.



Obr. 4.13: Rozložení napětí a proudu na bezztrátovém vedení nakrátko  $Z_k=0$

#### 4.3.2. Vedení naprázdno

Jedná se o vedení, které je zakončeno nekonečnou impedancí  $Z_k \rightarrow \infty$  a proto položka pro proud na konci vedení  $I_2$  je rovna nule. Uvedený příklad pro rozložení napětí a proudu na bezztrátovém vedení naprázdno je uveden na obr. 4.14. Po vyplnění všech parametrů a stiskem tlačítka *Aktualizovat* se vykreslí graf rozložení. V grafu je vidět, že konci vedení je kmitná napětí a proud je nulový.

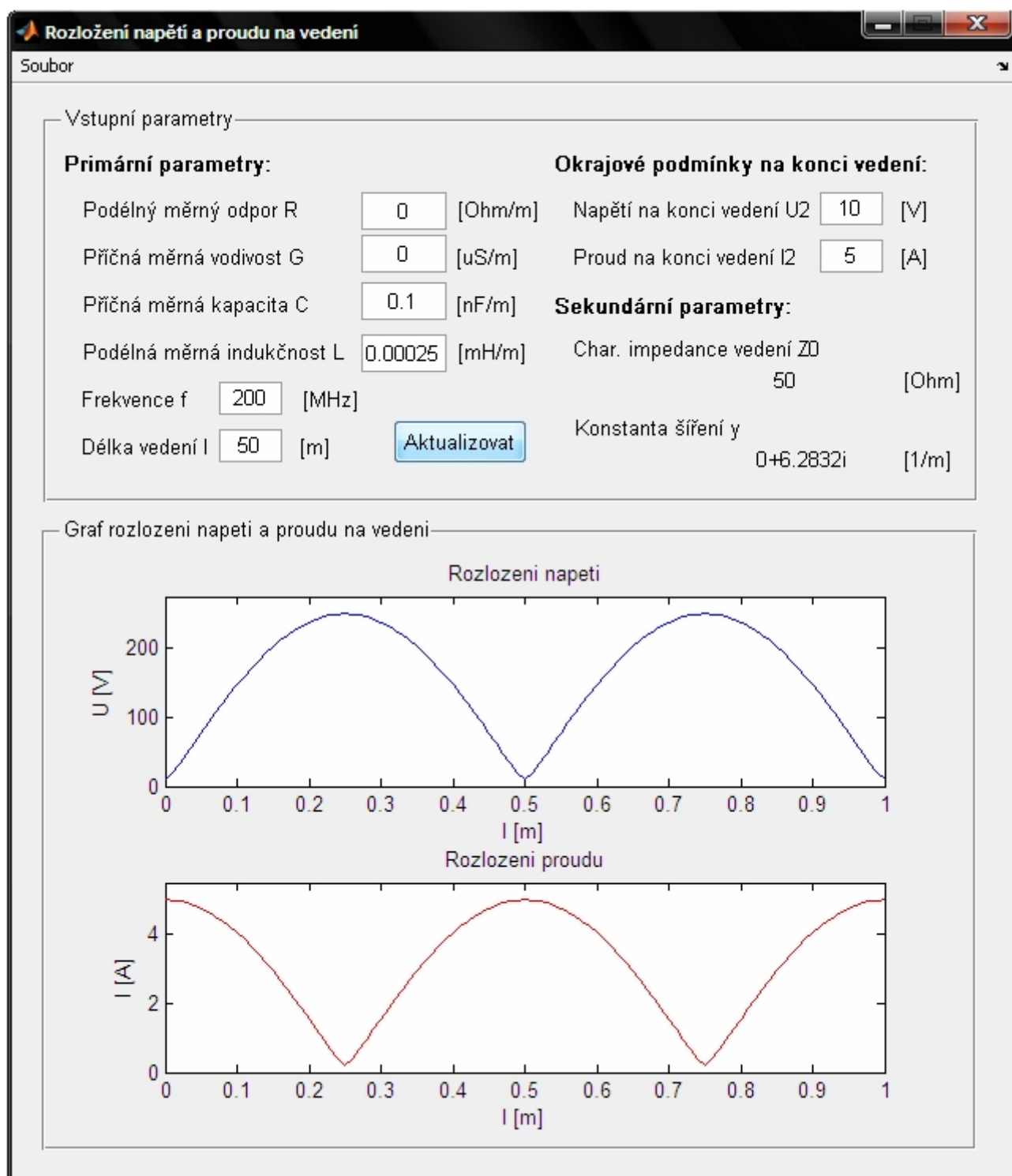


Obr. 4.14: Rozložení napětí a proudu na bezztrátovém vedení naprázdno  $Z_k \rightarrow \infty$

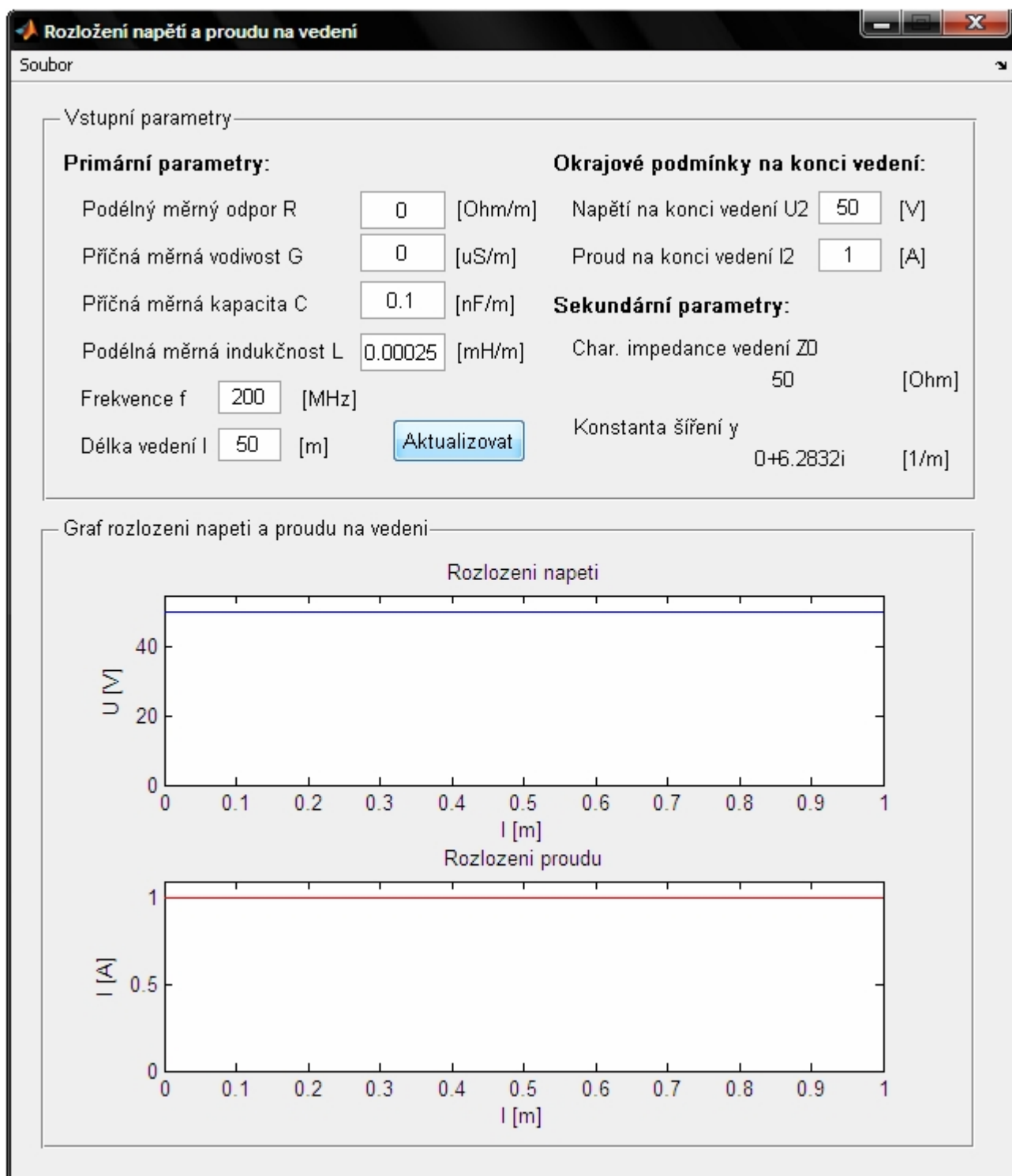
### 4.3.3. Vedení zakončené reálnou zátěží

Jedná se o vedení, kde  $Z_k = R_k$ . Pokud  $R_k < Z_0$  je na konci vedení kmitna proudu, pokud  $R_k > Z_0$  je na konci vedení kmitna napětí. Když  $R_k = Z_0$  je vedení přizpůsobeně zakončené a na vedení je pouze přímá vlna. Příklad pro vedení zakončené reálnou zátěží  $R_k < Z_0$  je na obr. 4.15. Napětí  $U_2 = 10$  V a proud  $I_2 = 5$  A, potom  $R_k = 10/5 = 2$  Ω. Charakteristická impedance vedení  $Z_0 = 50$  Ω. Z toho vyplývá, že  $R_k < Z_0$  a na konci vedení je kmitna proudu. Příklad pro vedení zakončené reálnou zátěží  $R_k = Z_0$  je na obr. 4.16. Napětí  $U_2 = 50$  V a proud  $I_2 = 1$  A, potom  $R_k = 50/1 = 50$  Ω. Charakteristická impedance vedení  $Z_0 = 50$  Ω. Z toho vyplývá, že  $R_k = Z_0$  a na vedení je pouze přímá vlna. Příklad pro vedení

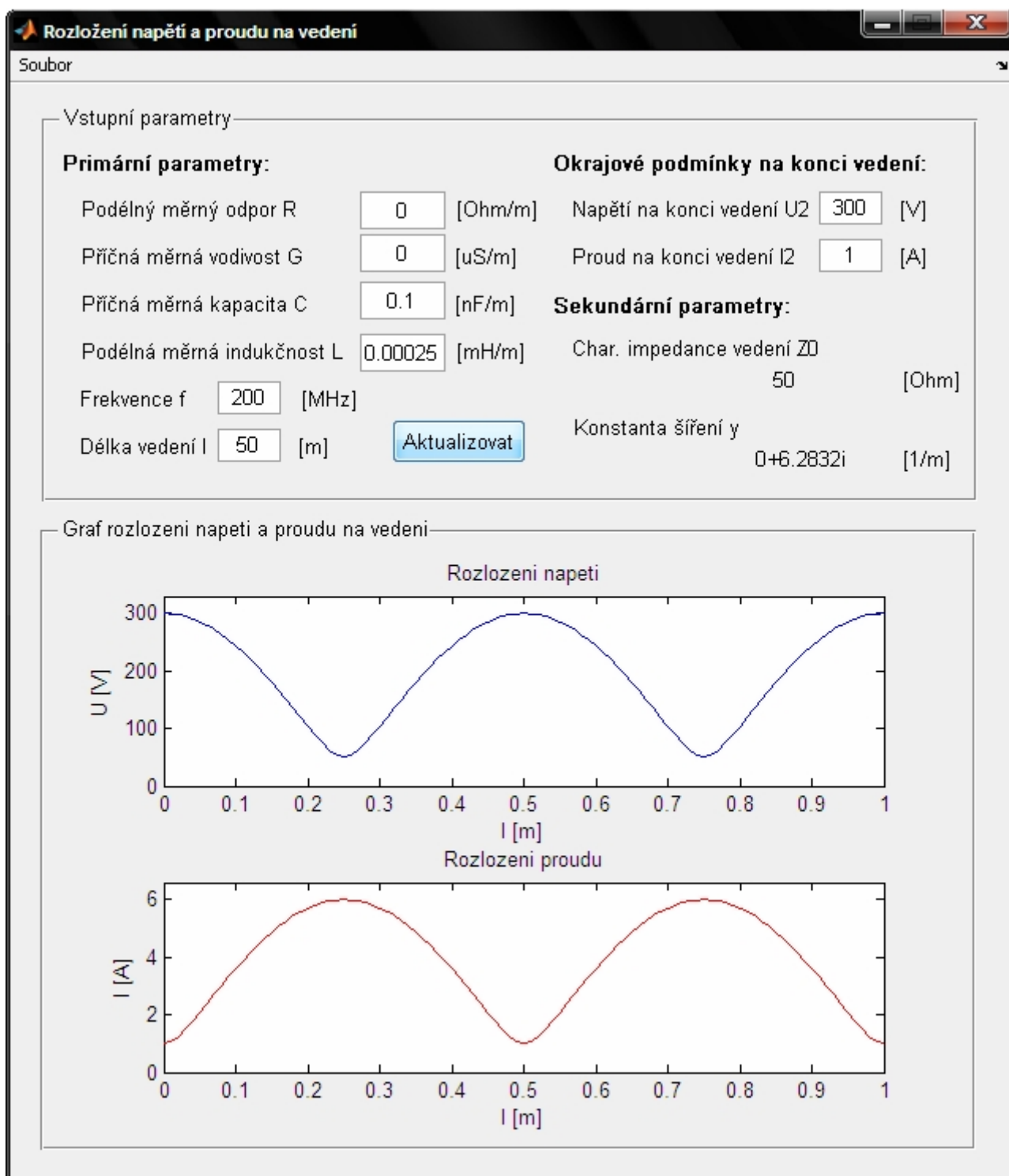
zakočené reálnou zátěží  $R_k > Z_0$  je na obr. 4.17. Napětí  $U_2 = 300$  V a proud  $I_2 = 1$  A, potom  $R_k = 300/1 = 300 \Omega$ . Charakteristická impedance vedení  $Z_0 = 50 \Omega$ . Z toho vyplývá, že  $R_k > Z_0$  a na konci vedení je kmitna napětí.



Obr. 4.15: Rozložení napětí a proudu na vedení zakončené reálnou zátěží pro  $R_k < Z_0$



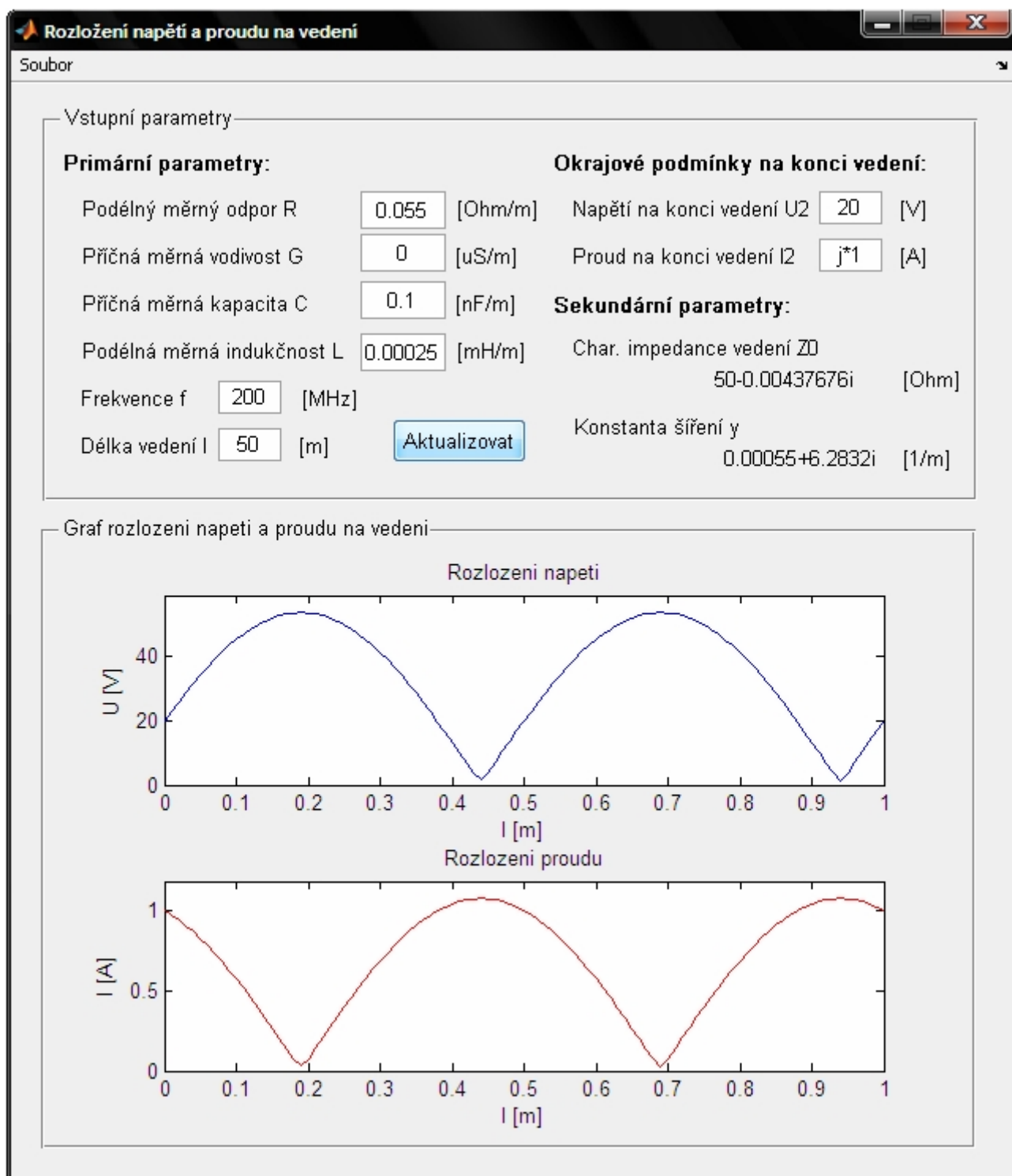
Obr. 4.16: Rozložení napětí a proudu na vedení zakončené reálnou zátěží pro  $R_k = Z_0$



Obr. 4.17: Rozložení napětí a proudu na vedení zakončené reálnou zátěží pro  $R_k > Z_0$

#### 4.3.3. Vedení zakončené reaktancí

Jedná se o vedení, kde  $Z_k = jX_k$ . Uvedený příklad pro rozložení napětí a proudu na bezztrátovém vedení zakončené reaktancí je uveden na obr. 4.18. Po vyplnění všech parametrů a stiskem tlačítka *Aktualizovat* se vykreslí graf rozložení. V grafu je vidět, že vedení je zdánlivě prodlouženo nebo zkráceno o úsek  $\Delta l$ , který je možno vypočítat pomocí vztahu (2.29).



Obr. 4.18: Rozložení napětí a proudu na vedení zakončené reaktancí  $Z_k = jX_k$

## 5. Závěr

Úkolem bakalářské práce bylo seznámení se s problematikou přizpůsobování impedancí na vedení. Tato problematika souvisí se znalostí dvou vodičových vedení, které bylo probráno v úvodní kapitole tohoto textu. Přizpůsobování impedance je důležité pro optimální přenos energie na vedení. Kvalita přizpůsobení se hodnotí dle poměru stojatých vln nebo činitele odrazu a obě veličiny by měly být co nejmenší.

Smithův diagram umožňuje transformovat impedanci na konci vedení na jeho vstup, aniž bychom museli cokoli počítat. Bylo uvedeno, jak se Smithův diagram konstruuje a jak se s ním pracuje. Na jednom příkladu bylo ukázáno, jak je možné generovat jednoduchý Smithův diagram v programu Matlab.

V závěru práce je věnována pozornost na praktické příklady. V prostředí Matlab byl vytvořen program na přizpůsobení impedancí na vedení pomocí čtvrtvlnných transformátorů, vložených vedení a pahýlů. Program názorně graficky zobrazuje činitele odrazu podél vedení, transformaci impedance a rozložení napětí a proudu na vedení pro různé situace. Program bude sloužit jako názorná pomůcka při výuce, pro lepší pochopení probírané látky.



# Použitá literatura

- [1] NOVÁČEK, Z. Elektromagnetické vlny, antény a vedení. Elektronické skriptum. Brno: FEKT VUT v Brně, 2008.
- [2] RAIDA, Z., HANUS, S. Vysokofrekvenční technika a antény Elektronické skriptum. Brno: FEKT VUT v Brně, 2008.
- [3] ORFANIDIS S. J. Electromagnetic waves and antennas [online], 2008 - [cit. 18.5. 2010]. <http://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa/>.
- [4] Internetové stránky Mathworks [on-line]. [cit. 18.5.2010]. Dostupné na [www: http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/](http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/).